

Продолжаем подготовку к экзамену!!!!!!!

Тема повторения «Иррациональные уравнения»

Свойства арифметического корня

$$a + \sqrt{b} = a + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a}$$

$$a \cdot \sqrt{b} = a \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Решение иррациональных уравнений (образцы)

$$\sqrt{x+7}=3$$

$$(\sqrt{x+7})^2 = (3)^2$$

$$x+7=9$$

$$x=9-7$$

$$x=2$$

Проверка

$$\sqrt{2+7}=3$$

$$\sqrt{9}=3$$

$$3=3$$

1. Ответ: $x=2$

$$\sqrt{2x-3}=\sqrt{x+5}$$

$$(\sqrt{2x-3})^2 = (\sqrt{x+5})^2$$

$$2x-3=x+5$$

$$2x-x=5+3$$

$$x=8$$

Проверка

$$\sqrt{2 \cdot 8 - 3} = \sqrt{8 + 5}$$

$$\sqrt{16 - 3} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{13} = \sqrt{13}$$

2. Ответ: $x=8$

$$\begin{aligned}
\sqrt{x^2-7x+10} &= 2\sqrt{x} \\
(\sqrt{x^2-7x+10})^2 &= (2\sqrt{x})^2 \\
x^2-7x+10 &= 4x \\
x^2-7x-4x+10 &= 0 \\
x^2-11x+10 &= 0 \\
x_{1,2} &= \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 40}}{2} = \\
&= \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{11 \pm 9}{2}; x_1 = 1, x_2 = 10
\end{aligned}$$

Проверка

$$\begin{aligned}
\sqrt{1^2-7 \cdot 1+10} &= 2\sqrt{1} \\
\sqrt{4} &= 2 \\
2 &= 2 \\
\sqrt{10^2-7 \cdot 10+10} &= 2\sqrt{10} \\
\sqrt{100-70+10} &= \sqrt{40} \\
\sqrt{40} &= \sqrt{40}
\end{aligned}$$

3. Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 10$

$$\begin{aligned}
x+1 &= \sqrt{x+3} \\
(x+1)^2 &= (\sqrt{x+3})^2 \\
x^2+2x+1 &= x+3 \\
x^2+2x-x+1-3 &= 0 \\
x^2+x-2 &= 0 \\
x_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \\
&= \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}; x_1 = -2, x_2 = 1
\end{aligned}$$

Проверка

$$\begin{aligned}
-2+1 &= \sqrt{-2+3} \\
-1 &= \sqrt{1} \\
-1 &\neq 1 \\
1+1 &= \sqrt{1+3} \\
2 &= \sqrt{4} \\
2 &= 2
\end{aligned}$$

4. Ответ: $x = 1$

Решить уравнения:

1. $\sqrt{x+9} = 1$
2. $\sqrt{x-4} = 3$
3. $\sqrt{2x+1} = 3$
4. $\sqrt{3x-11} = 4$
5. $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+4}$
6. $\sqrt{x+6} = \sqrt{3x-10}$
7. $\sqrt{x^2+9x-4} = 3\sqrt{x}$
8. $\sqrt{x^2+16x-9} = 4\sqrt{x}$
9. $\sqrt{x^2+12x+7} = 2\sqrt{5x}$
10. $\sqrt{x-1} = x-3$