Степень с рациональным и действительным показателями

1. Посмотреть видеоурок

https://youtu.be/uWg9HehabXA

2. Списать теорию

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in R$, $k \in R$)

1° $a^0 = 1$, где $a \neq 0$

2° $a^1 = a$

3° $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$, где $a \neq 0$

4° $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, где $a \neq 0$

5° $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

6° $\dfrac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$, где $a \neq 0$

7° $(a^n)^k = a^{nk}$

8° $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

9° $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$, где $b \neq 0$

10° $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$

3. Решить номера 61-63

Задача 10 Сравнить числа $\sqrt{2}$ и $\sqrt[3]{3}$.

▶ По свойствам степени получаем

$$(\sqrt{2})^6 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^6 = 2^3 = 8, \quad (\sqrt[3]{3})^6 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 3^2 = 9.$$

Так как $0 < 8 < 9$ и $\frac{1}{6} > 0$, то $8^{\frac{1}{6}} < 9^{\frac{1}{6}}$, т. е. $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$. ◁

Упражнения

55 (Устно.) Представить в виде степени с рациональным показателем:
1) $\sqrt{x^3}$; 2) $\sqrt[3]{a^4}$; 3) $\sqrt[4]{b^3}$; 4) $\sqrt[5]{x^{-1}}$; 5) $\sqrt[6]{a}$; 6) $\sqrt[7]{b^{-3}}$.

56 (Устно.) Представить в виде корня из степени с целым показателем:
1) $x^{\frac{1}{4}}$; 2) $y^{\frac{2}{5}}$; 3) $a^{-\frac{5}{6}}$; 4) $b^{-\frac{1}{3}}$; 5) $(2x)^{\frac{1}{2}}$; 6) $(3b)^{-\frac{2}{3}}$.

Вычислить (57—60).

57 1) $64^{\frac{1}{2}}$; 2) $27^{\frac{1}{3}}$; 3) $8^{\frac{2}{3}}$; 4) $81^{\frac{3}{4}}$; 5) $16^{-0,75}$; 6) $9^{-1,5}$.

58 1) $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$; 2) $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}$; 3) $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}$; 4) $4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$; 5) $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}$.

59 1) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$; 2) $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$; 3) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$; 4) $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$.

60 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $(0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}$;
3) $8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}$; 4) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$.

61 Найти значение выражения:
1) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$ при $a = 0,09$; 2) $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$ при $b = 27$;
3) $\dfrac{\sqrt{b}\,\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}}$ при $b = 1,3$; 4) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a^5}$ при $a = 2,7$.

62 Представить в виде степени с рациональным показателем:
1) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$; 2) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$; 3) $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$;
4) $a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}$; 5) $x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5}$; 6) $y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt[3]{y}$.

63 Вынести общий множитель за скобки:
1) $x^{\frac{1}{2}} + x$; 2) $(ab)^{\frac{1}{3}} + (ac)^{\frac{1}{3}}$; 3) $y^{\frac{3}{4}} - y^{\frac{1}{3}}$; 4) $12xy^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}y$.