Решение иррациональных уравнений

Иррациональные уравнения – это уравнения, когда неизвестное находится под знаком арифметического корня.

Для решения таких уравнений необходимо обе части уравнения возвести во вторую степень. При этом могут появиться посторонние (лишние) корни**,** поэтому необходимо **делать проверку**.

Образцы решения.

1.

$\sqrt{x+7}=3$

$(\sqrt{x+7})^2=(3)^2$

$x+7=9$

$x=9-7$

$x=2$

Проверка

$\sqrt{2+7}=3$

$\sqrt{9}=3$

$3=3$

$\textit{Ответ}: x=2$

2.

$\sqrt{2x-3}=\sqrt{x+5}$

$(\sqrt{2x-3})^2=(\sqrt{x+5})^2$

$2x-3=x+5$

$2x-x=5+3$

$x=8$

Проверка

$\sqrt{2\cdot 8-3}=\sqrt{8+5}$

$\sqrt{16-3}=\sqrt{13}$

$\sqrt{13}=\sqrt{13}$

$\textit{Ответ}: x=8$

3.

$\sqrt{x^2-7x+10}=2\sqrt{x}$

$(\sqrt{x^2-7x+10})^2=(2\sqrt{x})^2$

$x^2-7x+10=4x$

$x^2-7x-4x+10=0$

$x^2-11x+10=0$

$x_{1,2}=\dfrac{11\pm\sqrt{11^2-4\cdot 1\cdot 10}}{2\cdot 1}=\dfrac{11\pm\sqrt{121-40}}{2}=$

¿ $\dfrac{11\pm\sqrt{81}}{2}=\dfrac{11\pm 9}{2}; x_1=1, x_2=10$

Проверка

$\sqrt{1^2-7\cdot 1+10}=2\sqrt{1}$

$\sqrt{4}=2$

$2=2$

$\sqrt{10^2-7\cdot 10+10}=2\sqrt{10}$

$\sqrt{100-70+10}=\sqrt{40}$

$\sqrt{40}=\sqrt{40}$

$\textit{Ответ}: x_1=1, x_2=10$

4.

$x+1=\sqrt{x+3}$

$(x+1)^2=(\sqrt{x+3})^2$

$x^2+2x+1=x+3$

$x^2+2x-x+1-3=0$

$x^2+x-2=0$

$x_{1,2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=$

¿ $\dfrac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\dfrac{-1\pm 3}{2}; x_1=-2, x_2=1$

Проверка

$-2+1=\sqrt{-2+3}$

$-1=\sqrt{1}$

$-1\neq 1$

$1+1=\sqrt{1+3}$

$2=\sqrt{4}$

$2=2$

$\textit{Ответ}: x=1$

Решить иррациональные уравнения:

1. $\sqrt{x+6}=9$
2. $\sqrt{2x-5}=11$
3. $\sqrt{x-6}=\sqrt{2x+3}$
4. $\sqrt{3x+4}=\sqrt{x-10}$
5. $\sqrt{x^2-12x+12}=\sqrt{x}$
6. $\sqrt{x^2+12x-9}=2\sqrt{3x}$