

# Тригонометрические уравнения

Для решения тригонометрических уравнений необходимо знать понятия  $\arcsin a$ ,  $\arccos a$ ,  $\operatorname{arctg} a$ . Это обратные функции функциям  $\sin a$ ,  $\cos a$ ,  $\operatorname{tg} a$ .

Для нахождения  $\arcsin a$ ,  $\arccos a$ ,  $\operatorname{arctg} a$  используем таблицу их значений.

## Таблица значений

|                               | 0 | $\frac{\pi}{6}$                           | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
|-------------------------------|---|-------------------------------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------|
| $\arcsin \alpha$              | 0 | $\frac{1}{2}$                             | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | 0     |
| $\arccos \alpha$              | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$                      | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               | -1    |
| $\operatorname{arctg} \alpha$ | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | —               | 0     |

Формулы для отрицательных значений

$$\arcsin(-\alpha) = -\arcsin \alpha$$

$$\arccos(-\alpha) = \pi - \arccos \alpha$$

$$\operatorname{arctg}(-\alpha) = -\operatorname{arctg} \alpha$$

Формулы для вычисления

$$\sin(\arcsin \alpha) = \alpha$$

$$\cos(\arccos \alpha) = \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} \alpha) = \alpha$$

**Образцы решения:**

$$1. \quad \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$2. \quad \arccos(-1) = \pi - \arccos 1 = \pi - 0 = \pi$$

$$3. \quad 2\operatorname{arctg} \sqrt{3} = 2 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$4. \quad \cos(\operatorname{arctg} \sqrt{3}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$5. \quad \arcsin 1 - \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi - 2\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$$6. \quad 3 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + \operatorname{arctg}(-1) = 3 \cdot \frac{\pi}{4} + \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

**Вычислить значения:**

$$1. \quad \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2. \quad 5 \arcsin 1$$

$$3. \quad 3 \operatorname{arctg} 0$$

$$3. \quad \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$4. \quad \sin (\operatorname{arctg} 1)$$

$$5. \quad \operatorname{tg} \left(\arccos \frac{1}{2}\right)$$

$$6. \quad 2 \arccos 1 + \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$7. \quad \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 4 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$8. \quad \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arccos 0 + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$$