

Решение тригонометрических уравнений

Формулы для решения уравнений.

1. $\sin x = 0$ $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. $\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,$
3. $\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
4. $\sin x = \alpha$ $x = (-1)^n \arcsin \alpha + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
5. $\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
6. $\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
7. $\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
8. $\cos x = \alpha$ $x = \pm \arccos \alpha + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
9. $\operatorname{tg} x = \alpha$ $x = \operatorname{arctg} \alpha + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
10. $\operatorname{ctg} x = \alpha$ $x = \operatorname{arctg} \frac{1}{\alpha} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Таблица значений

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\arcsin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\arccos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\operatorname{arctg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0

$$\arcsin(-\alpha) = -\arcsin \alpha$$

$$\sin(\arcsin \alpha) = \alpha$$

$$\arccos(-\alpha) = \pi - \arccos \alpha$$

$$\cos(\arccos \alpha) = \alpha$$

$$\operatorname{arctg}(-\alpha) = -\operatorname{arctg} \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} \alpha) = \alpha$$

Решение уравнений. Образцы решения.

1. $\sin x = 1$ - уравнение табличное – применяем формулу 2.

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2. $\cos x - 1 = 0$ – преобразуем уравнение (перенесем 1 вправо)

$$\cos x = 1 \text{ – теперь уравнение табличное – применяем формулу 6.}$$

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

3. $5\sin x = 0$ – преобразуем уравнение (разделим обе части уравнения на 5)

$$\sin x = 0 \text{ – уравнение табличное – применяем формулу 1}$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

4. $\operatorname{tg} x = 1$ - уравнение табличное – применяем формулу 9

$$x = \operatorname{arctg} 1 + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

по таблице находим значение $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$

5. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ – преобразуем уравнение (перенесем $\sqrt{3}$ вправо)

$$2\cos x = \sqrt{3} \text{ – еще преобразуем уравнение (разделим обе части уравнения на 2)}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ – уравнение табличное – применяем формулу 8.}$$

$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \text{по таблице находим значение } \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$$

6. $\operatorname{ctg} 2x = 3$ – уравнение табличное – применяем формулу 10 и находим $2x$.

$$2x = \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi n \text{ – в таблице нет такого значения, находим } x \text{ (делим все на 2).}$$

$$x = \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{3}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$$

7. $\sin x = -\frac{1}{2}$ - уравнение табличное – применяем формулу 4.

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n \text{ – по формуле для отрицательного } \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$$

записываем

$$x = (-1)^n \cdot (-1) \cdot \arcsin \frac{1}{2} + \pi n \text{ – по таблице находим значение } \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Решить уравнения:

1. $\cos x = 1$

2. $\sin x = -1$

3. $\operatorname{tg} x - 1 = 0$

4. $3\cos x = 0$

5. $\operatorname{ctg} x - \sqrt{3} = 0$

6. $2\sin x - 1 = 0$

7. $\cos 3x = -1$

8. $5\operatorname{tg} 2x - 1 = 0$