Резистор

1. Списать лекцию

Идеальный резистивный элемент не обладает ни индуктивностью, ни емкостью. Если к нему приложить синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \Psi)$ (см. рис. 1), то ток i через него будет равен

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \Psi) = I_m \sin(\omega t + \Psi) \qquad (1)$$

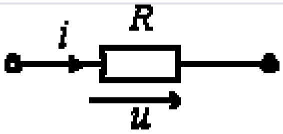


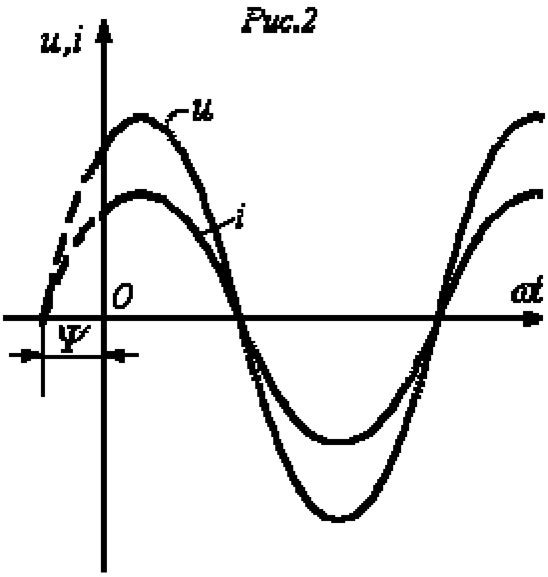
Рис.1

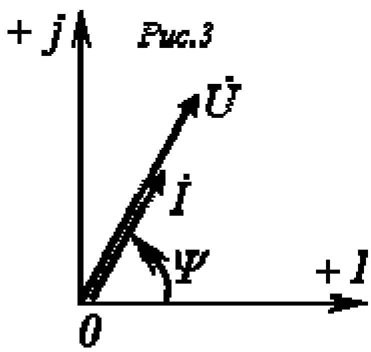
Соотношение (1) показывает, что ток имеет ту же начальную фазу, что и напряжение. Таким образом, если на входе двухлучевого осциллографа подать сигналы u и i, то соответствующие им синусоиды на его экране будут проходить (см. рис. 2) через нуль одновременно, т.е. **на резисторе напряжение и ток совпадают по фазе.**

Из (1) вытекает:

$$U_m = RI_m;$$

$$U = RI.$$





Переходя от синусоидальных функций напряжения и тока к соответствующим им комплексам:

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi) \quad \Rightarrow \quad \dot{U} = U e^{j\Psi};$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi) \quad \Rightarrow \quad \dot{I} = I e^{j\Psi}$$

- разделим первый из них на второй:

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{j\Psi}}{I e^{j\Psi}} = \frac{U}{I} = R$$

или

$$\dot{U} = R\dot{I}. \tag{2}$$

Полученный результат показывает, что отношение двух комплексов есть вещественная константа. Следовательно, соответствующие им векторы напряжения и тока (см. рис. 3) совпадают по направлению.

2. Конденсатор

Идеальный емкостный элемент не обладает ни активным сопротивлением (проводимостью), ни индуктивностью. Если к нему приложить синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \Psi)$ (см. рис. 4), то ток *i* через него будет равен

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(Cu) = C\frac{du}{dt} = \omega C U_m \sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right). \tag{3}$$

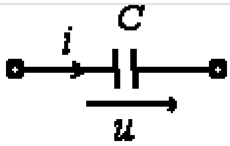


Рис.4

Полученный результат показывает, что **напряжение на конденсаторе отстает по фазе от тока на π/2.** Таким образом, если на входы двухлучевого осциллографа подать сигналы u и i, то на его экране будет иметь место картинка, соответствующая рис. 5.

Из (3) вытекает:

$$U_m = \frac{1}{\omega C} I_m = X_C I_m;$$

$$U = \frac{1}{\omega C} I = X_C I.$$

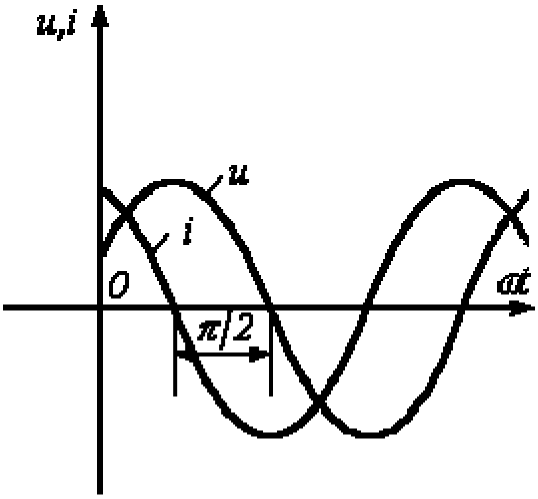


Рис.5

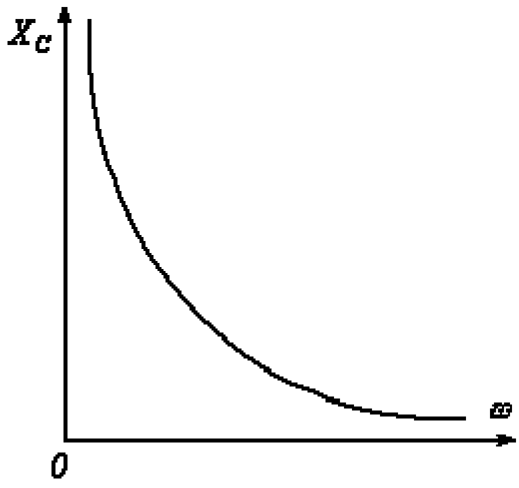


Рис.6

Введенный параметр $X_C = 1/(\omega C)$ называют **реактивным емкостным сопротивлением конденсатора**. Как и резистивное сопротивление, X_C имеет размерность **Ом**. Однако в отличие от R данный параметр является функцией частоты, что иллюстрирует рис. 6. Из рис. 6 вытекает, что при $f = 0$ конденсатор представляет разрыв для тока, а при $f \to \infty$ $X_C = 0$.

Переходя от синусоидальных функций напряжения и тока к соответствующим им комплексам:

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi) \;\Rightarrow\; \dot{U} = Ue^{j\Psi};$$

$$i = I_m \sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right) \;\Rightarrow\; \dot{I} = Ie^{j\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right)}$$

- разделим первый из них на второй:

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{Ue^{j\Psi}}{Ie^{j\left(\Psi+\frac{\pi}{2}\right)}} = \frac{Ue^{j\Psi}}{Ie^{j\Psi}e^{j\frac{\pi}{2}}} = X_C e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jX_C = \underline{Z}_C$$

или

$\dot{U} = -jX_C\dot{I} = \underline{Z}_C\dot{I}$	(4)

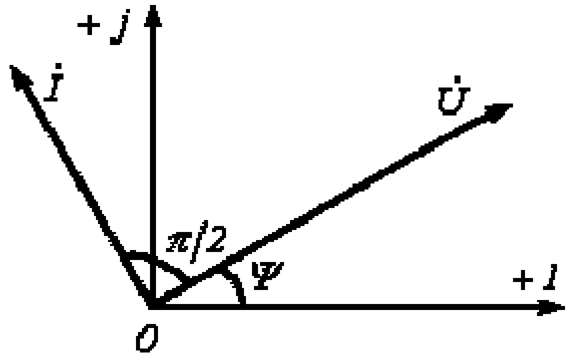


Рис.7

В последнем соотношении $\underline{Z}_C = -jX_C$ - комплексное сопротивление конденсатора. Умножение на $-j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$ соответствует повороту вектора на угол $\pi/2$ по часовой стрелке. Следовательно, уравнению (4) соответствует векторная диаграмма, представленная на рис. 7.

3. Катушка индуктивности

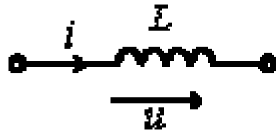


Рис.8

Идеальный индуктивный элемент не обладает ни активным сопротивлением, ни емкостью. Пусть протекающий через него ток (см. рис. 8) определяется выражением $i = I_m sin(\omega t + \Psi)$. Тогда для напряжения на зажимах катушки индуктивности можно записать

$$u = -e = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt}(Li) = \omega L I_m sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right) = U_m sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

Полученный результат показывает, что **напряжение на катушке индуктивности опережает по фазе ток на π/2**. Таким образом, если на входы двухлучевого осциллографа подать сигналы *u* и *i*, то на его экране (идеальный индуктивный элемент) будет иметь место картинка, соответствующая рис. 9.

Из (5) вытекает:

$$U_m = \omega L I_m = X_L I_m;$$

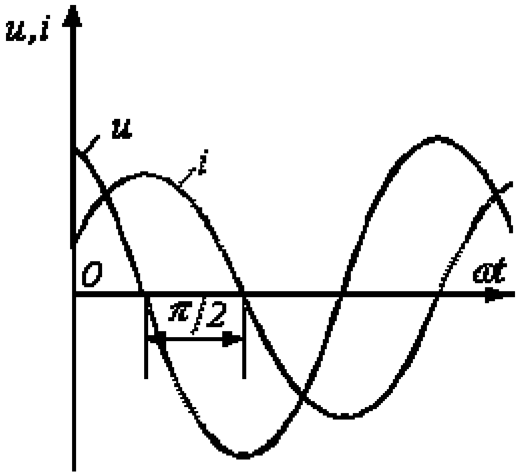


Рис.9

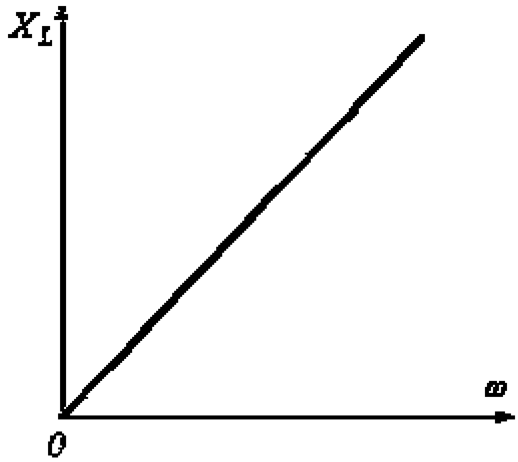


Рис.10

$$U = \omega L I = X_L I$$

Введенный параметр $X_L = \omega L$ называют **реактивным индуктивным сопротивлением катушки;** его размерность – Ом. Как и у емкостного элемента этот параметр является функцией частоты. Однако в данном случае эта зависимость имеет линейный характер, что иллюстрирует рис. 10. Из рис. 10 вытекает, что при $f = 0$ катушка индуктивности не оказывает сопротивления протекающему через него току, и при $f \to \infty$ $X_L \to \infty$.

Переходя от синусоидальных функций напряжения и тока к соответствующим комплексам:

$$u = U_m \sin\left(\omega t + \Psi + \frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \dot{U} = Ue^{j\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right)};$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi) \quad \Rightarrow \quad \dot{I} = Ie^{j\Psi}$$

разделим первый из них на второй:

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{Ue^{j\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right)}}{Ie^{j\Psi}} = \frac{Ue^{j\Psi}e^{j\frac{\pi}{2}}}{Ie^{j\Psi}} = X_L e^{j\frac{\pi}{2}} = jX_L = \underline{Z}_L$$

или

$\dot{U} = jX_L \dot{I} = \underline{Z}_L \dot{I}$	(6)

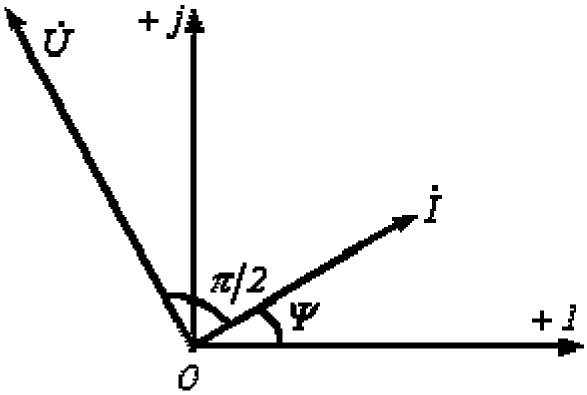


Рис.11

В полученном соотношении $\underline{Z}_L = jX_L$ - комплексное сопротивление катушки индуктивности. Умножение на $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$ соответствует повороту вектора на угол $\pi/2$ против часовой стрелки. Следовательно, уравнению (6) соответствует векторная диаграмма, представленная на рис. 11