

467 Упростить выражение и найти его значение:

- 1) $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4}$;
- 2) $\cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$;
- 3) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$ при $\alpha = \frac{\pi}{3}$;
- 4) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

468 Доказать тождество:

- 1) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = 1$;
- 2) $\sin^2 \alpha(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$.

469 Упростить выражение:

- 1) $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha - 1$;
- 2) $1 - \sin^2 \alpha(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)$;
- 3) $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$;
- 4) $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.

470 Доказать тождество:

- 1) $(1 - \cos 2\alpha)(1 + \cos 2\alpha) = \sin^2 2\alpha$;
- 2) $\frac{\sin \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} = -\frac{1}{1 + \sin \alpha}$;
- 3) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$;
- 4) $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 + 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$;
- 5) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$;
- 6) $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$;
- 7) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1$;
- 8) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha$.

471 Найти значение выражения $\sin \alpha \cos \alpha$, если $\sin \alpha - \cos \alpha = 0,6$.

472 Найти значение выражения $\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha$, если $\cos \alpha - \sin \alpha = 0,2$.

473 Известно, что $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$. Найти $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

474 Решить уравнение:

- 1) $2 \sin x + \sin^2 x + \cos^2 x = 1$;
- 2) $2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 2 = 0$;
- 3) $3 \cos^2 x - 2 \sin x = 3 - 3 \sin^2 x$;
- 4) $\cos^2 x - \sin^2 x = 2 \sin x - 1 - 2 \sin^2 x$.