

**467** Упростить выражение и найти его значение:

- 1)  $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha}$  при  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ;
- 2)  $\cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha$  при  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ;
- 3)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$  при  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ;
- 4)  $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha$  при  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ .

**468** Доказать тождество:

- 1)  $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = 1$ ;
- 2)  $\sin^2 \alpha(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$ .

**469** Упростить выражение:

- 1)  $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha - 1$ ;
- 2)  $1 - \sin^2 \alpha(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)$ ;
- 3)  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ;
- 4)  $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$ .

**470** Доказать тождество:

- 1)  $(1 - \cos 2\alpha)(1 + \cos 2\alpha) = \sin^2 2\alpha$ ;
- 2)  $\frac{\sin \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} = -\frac{1}{1 + \sin \alpha}$ ;
- 3)  $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ ;
- 4)  $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 + 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ ;
- 5)  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$ ;
- 6)  $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ;
- 7)  $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1$ ;
- 8)  $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha$ .

**471** Найти значение выражения  $\sin \alpha \cos \alpha$ , если  $\sin \alpha - \cos \alpha = 0,6$ .

**472** Найти значение выражения  $\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha$ , если  $\cos \alpha - \sin \alpha = 0,2$ .

**473** Известно, что  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$ . Найти  $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ .

**474** Решить уравнение:

- 1)  $2 \sin x + \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ;
- 2)  $2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 2 = 0$ ;
- 3)  $3 \cos^2 x - 2 \sin x = 3 - 3 \sin^2 x$ ;
- 4)  $\cos^2 x - \sin^2 x = 2 \sin x - 1 - 2 \sin^2 x$ .