

# СФЕРА И ШАР

ПРЕЗЕНТАЦИЯ  
ПРЕПОДАВАТЕЛЯ  
ЧАНОВОЙ Н.А.

Пример шара

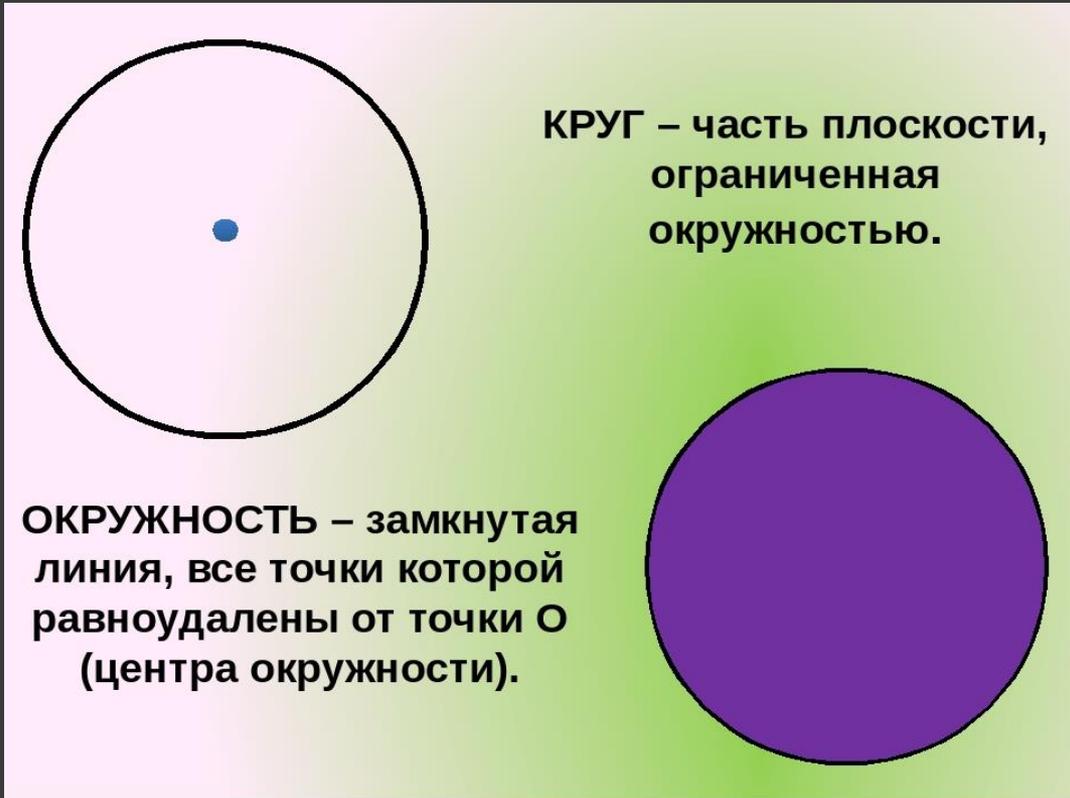


Пример сферы



- ◎ 1. Посмотреть презентацию
- ◎ 2. Законспектировать – выписать определения
- ◎ 3. Сделать рисунки
- ◎ 4. Разобрать и записать уравнение сферы
- ◎ 5. Записать понятие сферы и формулу ее площади

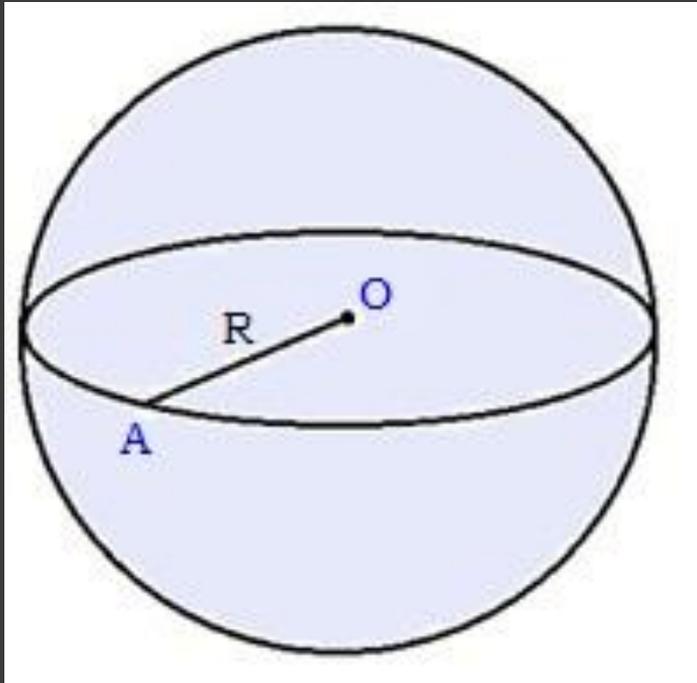
# Окружность и круг



○ Примеры: обруч, велосипедное колесо, баранка.

○ Примеры: монета, диск, блинчик.

# Сфера



- ⦿ Поверхность, составленная из всех точек пространства, равноудаленных от заданной точки (O), называется сферой.
- ⦿ Примеры сферы: глобус, воздушный шар, волейбольный и баскетбольный мячи.

$$S=ab/2$$

# СФЕРА

**Сфера** - от греческого слова "сфайра" - "шар", "мяч". Термин этот встречается у древнегреческих математиков еще до Евклида.



$$C=2\pi r$$

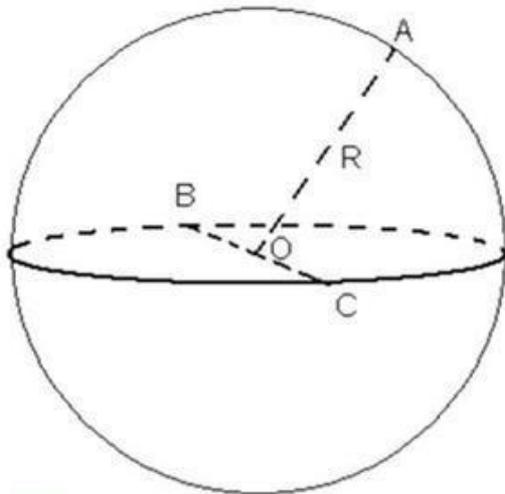
$$P=(a+b)*2$$



# Элементы сферы

## Определение сферы

- Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.



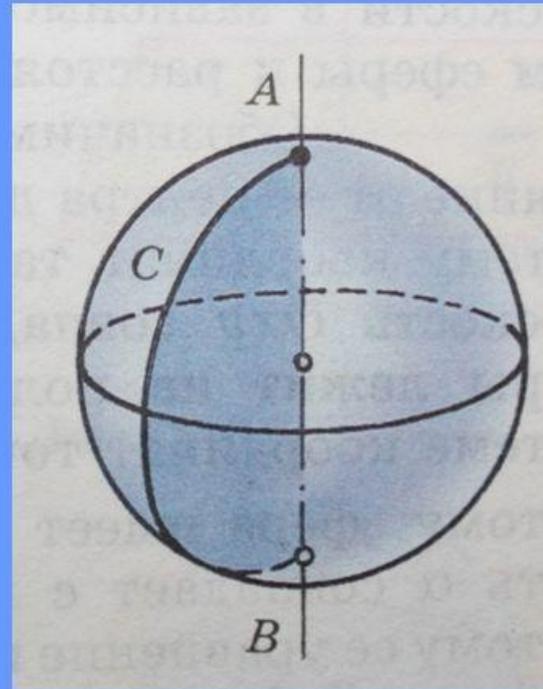
## Элементы сферы

- т.О - центр сферы
- ОА – радиус сферы.
- Любой отрезок, соединяющий центр и какую-нибудь точку сферы называется радиусом сферы.
- ВС – диаметр сферы.
- Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется диаметром сферы
- $d=2r$

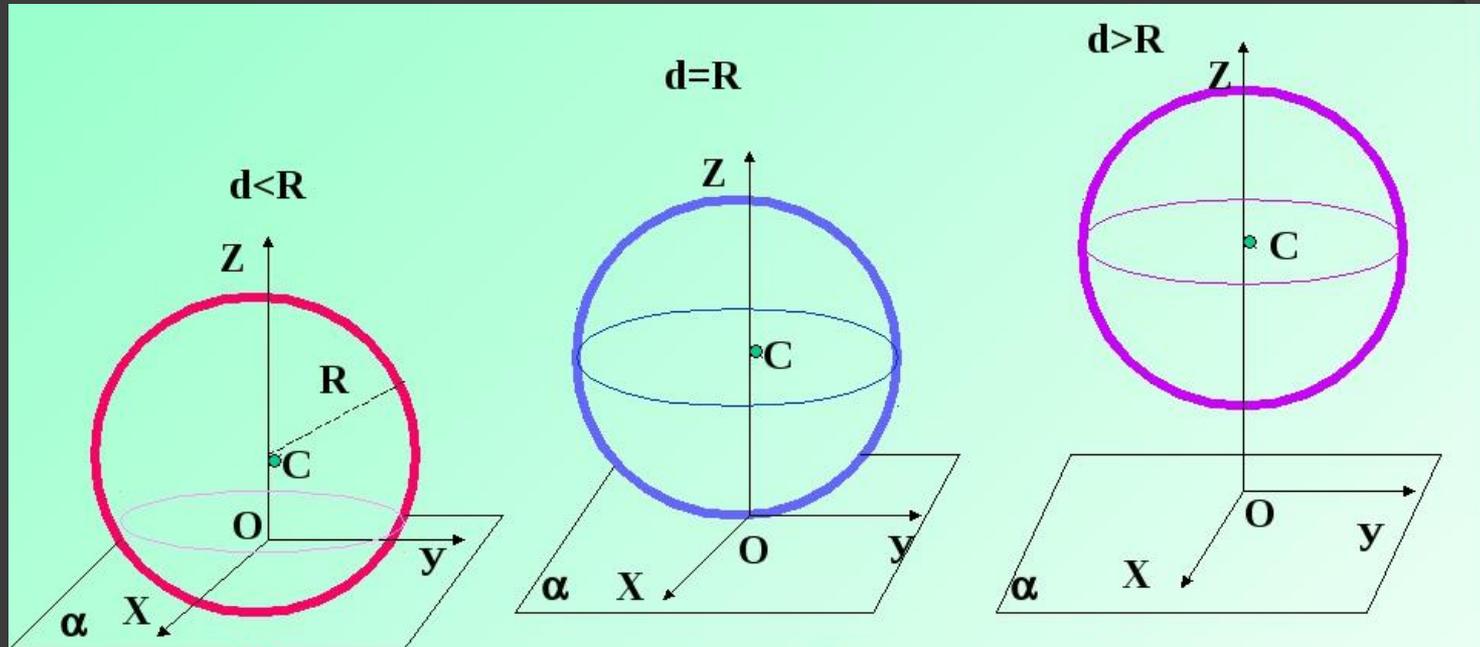


# Получение сферы.

- Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра.



# Взаимное расположение сферы и плоскости



## Взаимное расположение сферы и плоскости

### Возможны три случая

- 1.** Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность.
- 2.** Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.
- 3.** Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.

# Уравнение сферы

1. Сфера радиуса  $R$  и с центром  $C(x_0; y_0; z_0)$ .

2.  $M(x; y; z)$  и  $C(x_0; y_0; z_0)$ :

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

3.  $M \in \text{сфере} \Rightarrow MC = R$

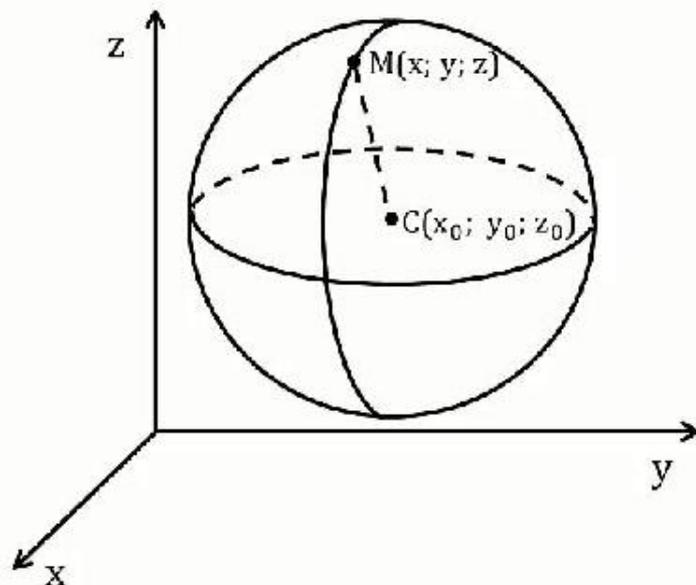
$$R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$$

4.  $M \notin \text{сфере} \Rightarrow MC \neq R$

5. В прямоугольной системе координат  $O_{xyz}$  уравнение сферы с центром  $C(x_0; y_0; z_0)$  и радиусом  $R$  имеет вид:

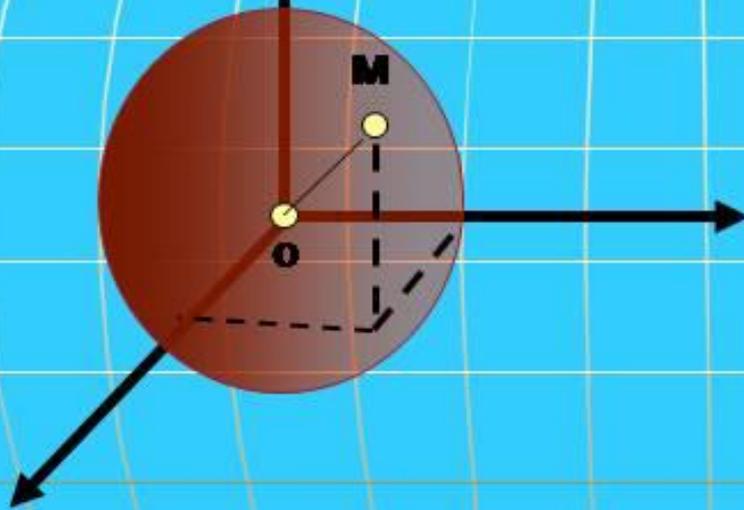
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$



# Уравнение сферы

$M(x,y,z)$

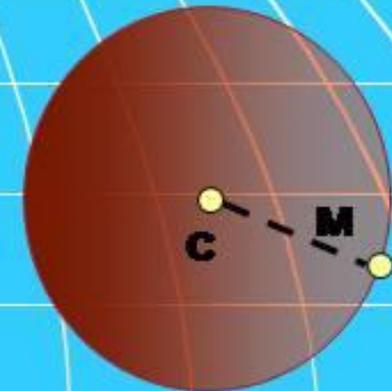
$O(0;0;0)$



$$MO = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$M(x,y,z)$



$C(x_0; y_0; z_0)$

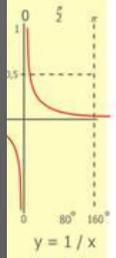
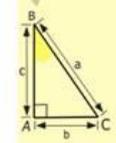
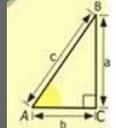
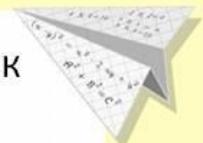
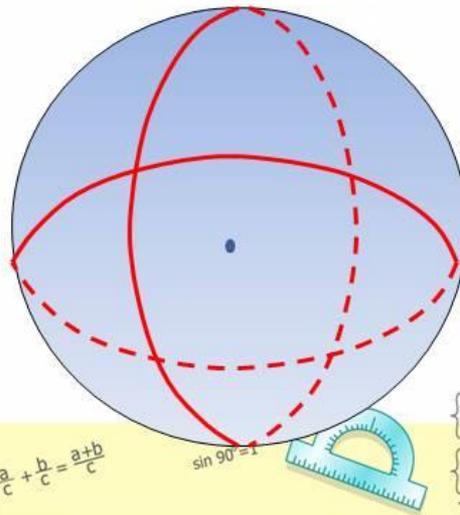
$$MC = \sqrt{(X-X_0)^2 + (Y-Y_0)^2 + (Z-Z_0)^2}$$

$$R^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$$

# Шар

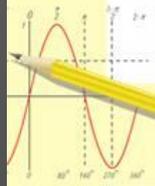
**Шаром** называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки. Эта точка называется **центром шара**.

Слова "шар" и "сфера" происходят от одного и того же греческого слова "сфайра" - мяч.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 840 \\ \hline 105000 \end{array}$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

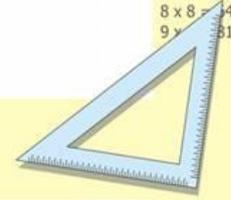
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



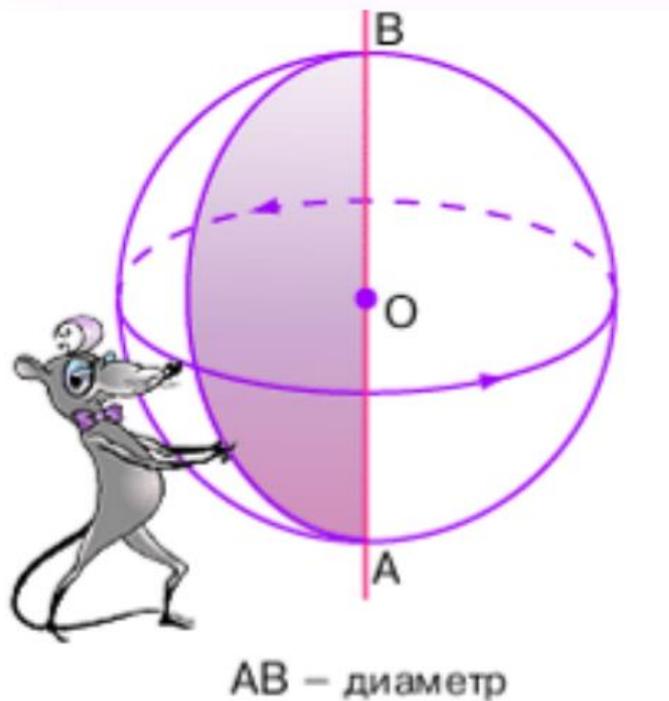
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Примеры шара: планеты солнечной системы, мяч для большого тенниса, подшипниковые шарики, арбуз, апельсин.

# Получение шара

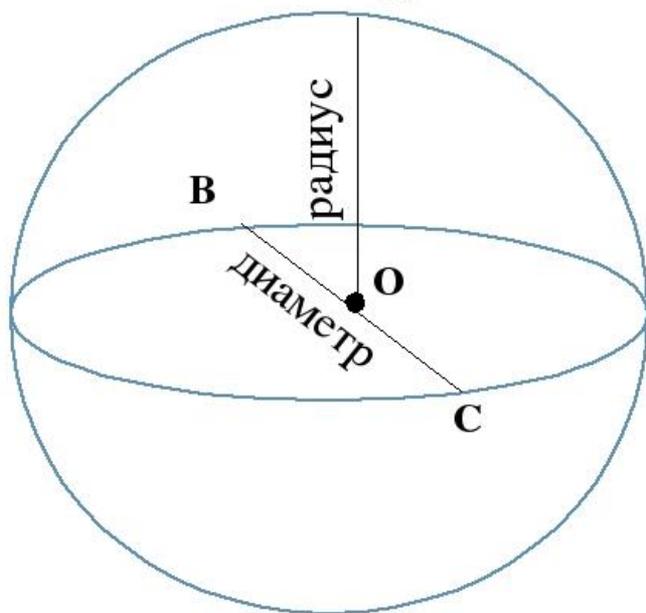


**Шар можно рассматривать как тело, полученное от вращения полукруга вокруг диаметра как оси.**

# Элементы шара



Шар – множество точек пространства, расположенных на расстоянии не более данного от заданной точки.



O – центр шара

OA – радиус шара -отрезок, соединяющий центр шара с точкой поверхности шара;

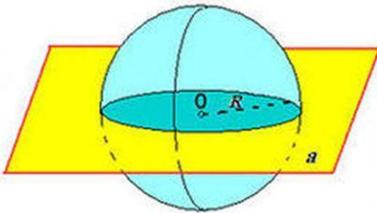
BC –диаметр– отрезок, соединяющий две точки поверхности шара;

$$BC = 2 OA$$

СФЕРА – поверхность шара.

# Сечения шара

## Сечения шара плоскостью

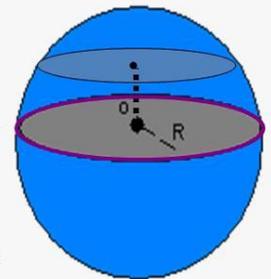


Сечением шара плоскостью является круг.  
Сечением сферы плоскостью является окружность.

MyShared

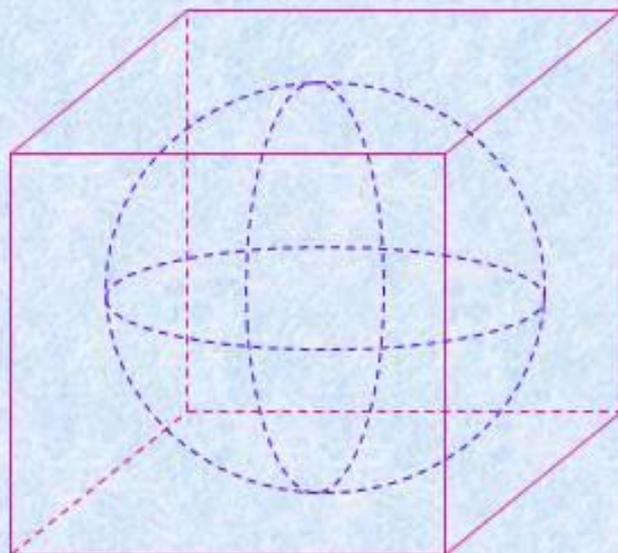
## Сечение шара плоскостью.

- Любое сечение шара плоскостью есть круг. Центр этого круга – основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.
- Сечение, проходящее через центр шара, - большой круг. (диаметральное сечение).



# Площадь сферы и шара

Сферу нельзя развернуть на плоскость.



Опишем около сферы многогранник, так чтобы сфера касалась всех его граней.

За площадь сферы принимается предел последовательности площадей поверхностей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани

Площадь сферы радиуса  $R$ :

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

$$S_{\text{шара}} = 4 S_{\text{круга}}$$

т.е.: площадь поверхности шара  
равна учетверенной площади  
большого круга

## Форма шара в жизни человека



Спасибо  
за внимание