

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ
СВЕРДЛОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Свердловской области
«ЕКАТЕРИНБУРГСКИЙ ТЕХНИКУМ «АВТОМАТИКА»

Рекомендовано к реализации:
методическим советом,
Председатель методического совета



Л.Н. Пахомова

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН)
ПО ДИСЦИПЛИНЕ: «МАТЕМАТИКА»**

Екатеринбург
2020

Аннотация программы

Программа учебной дисциплины ЕН.01 «Элементы высшей математики» разработана на основе ФГОС СПО по СПО.

Организация-разработчик:
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Свердловской области «Екатеринбургский техникум «Автоматика»

Разработчик:
преподаватель государственного автономного профессионального образовательного учреждения Свердловской области «Екатеринбургский техникум «Автоматика», Дубовцева Ирина Леонидовна.

Правообладатель рабочей программы:
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Свердловской области «Екатеринбургский техникум «Автоматика»,
г. Екатеринбург, Надеждинская, 24. Тел/факс 324-03-79.

Рабочая программа рассмотрена ПЦК машиностроительного профиля

Рабочая программа рекомендована к использованию в учебном процессе методическим советом техникума.

Оглавление

Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств	4
Общие положения	4
1. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке	5
1.1 «Уметь – знать»	5
1.2 Показатели форсированности общих компетенций	6
2. Формы текущего контроля знаний и промежуточной аттестации по учебной дисциплине	8
3. Оценка освоения теоретического курса учебной дисциплины	9
3.1. Общее положение	9
3.2. Типовые задания для оценки теоретического курса учебной дисциплины	10
4. Контрольно-оценочные материалы для экзамена	21
5. Система оценивания по учебной дисциплине	26

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

Общие положения

Комплект контрольно-оценочных средств (КОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины: ЕН.01. «ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ».

КОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине.

Результатом освоения учебной дисциплины являются приобретенные умения и знания, а также сформированность элементов общих компетенций.

Формой аттестации по учебной дисциплине является экзамен.

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основании: ФГОС СПО по специальности: Технология машиностроения, рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01. «ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ», и учебного плана по специальности: Технология машиностроения рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01. «ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ».

1. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

1.1. «Уметь – знать»

В результате изучения учебной дисциплины ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ обучающийся должен:

уметь:

- ~ выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- ~ применять методы дифференциального исчисления;
- ~ решать дифференциальные уравнения;

знать/понимать:

- ~ основы математического анализа;
- ~ основы линейной алгебры;
- ~ основы аналитической геометрии;
- ~ основы дифференциального и интегрального исчисления.

1.2. Показатели сформированности общих компетенций

Таблица 1

Общие компетенции	Показатели оценки результата
ОК 1 – Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	Уровень представления о выбранной профессии и ее значимости для общества.
ОК 2 – Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	Способность: - понимать цель, поставленную преподавателем и самостоятельно определять задачи для реализации цели; - выбирать типовые методы решения задач; - оценивать свою деятельность.
ОК 3 – Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	Способность: - осуществлять действия на основе пошаговых инструкций в стандартных и нестандартных ситуациях.
ОК 4 – Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	Способность: - самостоятельно находить источник информации по заданной проблеме или задаче, пользуясь любыми средствами.
ОК 5 – Владеть информационной культурой, анализировать и оценивать информацию с использованием информационно-коммуникационных технологий.	Способность: - самостоятельно работать на компьютере; - принимать, понимать и передавать информацию, необходимую для профессиональной деятельности; - пользоваться Интернетом, электронной почтой; - использовать основные компьютерные технологии в сфере своей профессиональной деятельности.
ОК 6 – Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.	Способность: - работать в паре, группе, коллективе; - выполнять конкретное поручение в рамках общей решаемой проблемы или задачи.
ОК 7 – Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.	Способность: - работать в группе, коллективе ради достижения цели; - слушать других людей и принимать во внимание то, что они говорят, понимать их позицию.
ОК 8 – Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	Готовность: - самостоятельно принимать решения при решении проблем и задач, в учебных и деловых играх. Способность: - координировать деятельность членов коллектива.
ОК 9 – Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.	Способность: - определить трудности, с которыми приходится сталкиваться при решении проблем и задач; - обучаться самостоятельно для профессионального роста.

2. Формы текущего контроля знаний и промежуточной аттестации по учебной дисциплине

Таблица 2

Разделы и темы учебной дисциплины	Формы текущего контроля и промежуточной аттестации
Раздел 1. Элементы линейной алгебры	
Тема 1.1. Матрицы и определители	Практическая работа № 1. Часть 1. Операции над матрицами. Вычисление определителей. Практическая работа № 1. Часть 2. Нахождение обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы.
Тема 1.2. Системы линейных уравнений	Контроль знаний. Зачет 1. Системы линейных уравнений. <i>Самостоятельная работа студента 1. Различные способы решения систем линейных уравнений. Метод Крамера, метод Гаусса, матричный, симплекс – метод</i> Практическая работа № 1. Часть 3. Решение систем линейных уравнений методами Крамера, Гаусса, матричным.
Раздел 2. Элементы аналитической геометрии.	
Тема 2.1. Векторы. Операции над векторами	Практическая работа № 2. Часть 1. Операции над векторами. Вычисление модуля и скалярного произведения.
Тема 2.2. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.	Контроль знаний. Зачет 2. Кривые второго порядка (<i>Тестирование</i> окружность, эллипс) <i>Самостоятельная работа студента 2. Кривые второго порядка (гипербола, парабола). Практическое применение в механике, электротехнике и других областях науки</i> Практическая работа № 2. Часть 2. Составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение
Раздел 3. Основы математического анализа	
Тема 3.1. Теория пределов. Непрерывность.	Практическая работа № 3. Вычисление пределов, классификация точек разрыва.
Тема 3.2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.	<i>Самостоятельная работа студента 3. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям</i> Практическая работа № 4. Часть 1. Производные и дифференциалы высших порядков. Правила Лопиталя. <i>Самостоятельная работа студента 5. Составление математических моделей задач прикладного характера (исследование функций, задачи на экстремум) (индивидуальные задания)</i> Практическая работа № 4. Часть 2. Полное исследование функции. Построение графиков. Контрольная работа 1 по теме: "Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной".
Тема 3.3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	Практическая работа № 5. Часть 1. Вычисление неопределенных и определенных интегралов. Практическая работа № 5. Часть 2. Вычисление площадей

	фигур с помощью определенных интегралов. Контроль знаний. Зачет 3. Несобственные интегралы. <i>Самостоятельная работа студента 6. Интегральное исчисление. Составление математических моделей задач прикладного характера (площади и объемы)</i>
Тема 3.4. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	Функции нескольких действительных переменных. Частные производные и дифференциалы функций нескольких переменных. Контроль знаний. Самостоятельная работа 1. <i>Самостоятельная работа студента 7. Производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных. Их практическое применение.</i> Практическая работа № 6. Часть 1. Вычисление частных производных и экстремумов ФНП
Тема 3.5. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	Практическая работа № 6. Часть 2. Вычисление двойных интегралов в случае области 1 и 2 типа. Приложения двойных интегралов. Зачет 4. Двойные интегралы. <i>(Тестирование).</i> Практическая работа № 6. Часть 3. Решение задач на приложения двойных интегралов.
Тема 3.6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	<i>Применение дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядков при решении задач прикладного характера (индивидуальные задания)</i> Практическая работа № 8. Часть 1. Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными, однородных и линейных. Линейные однородные и неоднородные уравнения 2-го порядка. Контроль знаний. Самостоятельная работа 2. Решение ДУ. Практическая работа № 8. Часть 2. Решение дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядка, уравнений, допускающих понижение степеней.

3. Оценка освоения теоретического курса учебной дисциплины

3.1. Общее положение

Основной целью оценки теоретического курса учебной дисциплины является оценка умений и знаний.

Оценка теоретического курса учебной дисциплины осуществляется с использованием следующих форм и методов контроля:

- текущий контроль – тестирование/решение профессиональных задач;
- рубежный контроль – контрольная работа/внеаудиторная контрольная работа/самостоятельная работа/ зачет;
- промежуточная аттестация – диф.зачет.

Дифференцированный зачёт проводится в сроки, установленные учебным планом, и определяемые календарным учебным графиком образовательного процесса.

Оценка курса учебной дисциплины предусматривает наличие положительной оценки по всем формам текущего контроля знаний:

Промежуточная аттестация - Дифференцированный зачёт по учебной дисциплине – выставляется при наличии положительной оценки по всем видам текущего контроля знаний.

3.2. Типовые задания для оценки теоретического курса учебной дисциплины

3.2.1. Примеры типовых заданий для оценки освоения раздела

1. Элементы линейной алгебры

Самостоятельная работа обучающихся №1: Различные способы решения систем линейных уравнений.

Проверяемые результаты обучения: 32; У1; ОК2, ОК3, ОК5, ОК8

Ответьте на вопросы:

- 2) Сформулируйте определение матрицы;
- 3) Перечислите виды матриц;
- 4) Сформулируйте правило сложения матриц;
- 5) Сформулируйте правило умножения матриц;
- 6) Определитель матрицы, его свойства.
- 4) Обратная матрица, правило ее нахождения;
- 5) Ранг матрицы, правило нахождения.

1 вариант

1) Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ и число $\alpha = 2$. Найти $A^T B + \alpha C$.

2) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

3) Решить систему $\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$ тремя способами:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) матричным методом.

2 вариант

1) Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ и число $\alpha = 2$. Найти $A^T B + \alpha C$.

2) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

3) Решить систему $\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$ тремя способами:

- а) методом Крамера;

- б) методом Гаусса;
- в) матричным методом.

Критерии оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий и аккуратном оформлении;

оценка «4» - при выполнении всех заданий, но с недочетами.

оценка «3» - при выполнении 50% заданий, или выполнено 2 задания, или ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки.

3.2.2. Примеры типовых заданий для оценки освоения раздела

2. Элементы аналитической геометрии.

Самостоятельная работа обучающихся №2 на тему: «Произведения векторов».

Проверяемые результаты обучения: ЗЗ; У1; ОК2, ОК3, ОК5, ОК8

1. Вычислить скалярное и векторное произведение векторов: $(\vec{a} - 2\vec{b})(3\vec{a} + \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$

2. Даны вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ по вариантам:

I. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} \{-3; -3; 0\}$, $\vec{c} \{0; 5; 0\}$, $\vec{d} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

II. $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{b} \{2; 1; 0\}$, $\vec{c} \{1; -2; 3\}$, $\vec{d} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$.

III. $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} \{5; 7; -8\}$, $\vec{c} \{1; -7; -3\}$, $\vec{d} = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 7\vec{k}$.

IV. $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} \{2; -4; 1\}$, $\vec{c} \{1; 3; -4\}$, $\vec{d} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$.

Выполните указанные действия над векторами в соответствии с Вашим вариантом:

1) Найдите $|\vec{a} + \vec{b}|$, $|\vec{a}| - |\vec{b}|$, $2\vec{a} + 3\vec{c}$.

2) Найдите скалярное произведение векторов: $\vec{c} \cdot \vec{d}$.

3) Найдите угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{d}$.

4) Найдите векторное произведение векторов: $\vec{a} \times \vec{b}$

5) Вычислите объем пирамиды, построенной на векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$

Критерии оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий и аккуратном оформлении;

оценка «4» - при выполнении всех заданий, но с недочетами.

оценка «3» - при выполнении 50% заданий, или выполнено 2 задания, или ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки.

Самостоятельная работа обучающихся №3:

Векторы и составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение

Проверяемые результаты обучения: ЗЗ; У1; ОК2, ОК4, ОК5, ОК8

Ответьте на вопросы:

- 1) Сформулируйте определение вектора;
- 2) Как вычислить координаты вектора?

- 3) По какой формуле вычисляется длина вектора?
- 4) Сформулируйте определение скалярного произведения двух векторов.
- 5) Запишите уравнения эллипса, гиперболы, параболы.
- 6) Сформулируйте условие параллельности прямых.

1 вариант

- 1) Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$,
- 2) Даны вершины треугольника A(0; 1), B(6; 5), C(12; -1). Найти уравнение высоты, проведенной из вершины C.
- 3) Найти уравнение гиперболы, вершины и фокусы которой находятся в соответствующих вершинах и фокусах эллипса $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$. Схематично построить кривую.
- 4) При каком m векторы $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ перпендикулярны.

2 вариант

- 1) Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$,
- 2) Даны вершины треугольника A(0; 1), B(6; 5), C(12; -1). Найти уравнение медианы, проведенной из вершины C.
- 3) Дано уравнение кривой в декартовой прямоугольной системе координат $\frac{(x+5)^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, найти фокусы и эксцентриситет. Схематично построить кривую.
- 4) Прямая отсекает на координатных осях равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного этими отрезками равна 8 см^2 .

Критерии оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий и аккуратном оформлении;

оценка «4» - при выполнении всех заданий, но с недочетами.

оценка «3» - при выполнении 50% заданий, или выполнено 2 задания, или ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки.

3.2.3. Примеры типовых заданий для оценки освоения раздела 3.

Основы математического анализа.

Устный опрос

Текст задания

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

- | | |
|---------------------|-------------------------------------|
| 1°. $c' =$ | 8°. $(\operatorname{tg} x)' =$ |
| 2°. $(x^\alpha)' =$ | 9°. $(\operatorname{ctg} x)' =$ |
| В частности, $x' =$ | 10°. $(\arcsin x)' =$ |
| $(x^2)' =$ | 11°. $(\arccos x)' =$ |
| $(x^3)' =$ | 12°. $(\operatorname{arctg} x)' =$ |
| $(\sqrt{x})' =$ | 13°. $(\operatorname{arcctg} x)' =$ |

$$\left(\frac{1}{x}\right)' =$$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$$14^{\circ}. \quad (u + v)' =$$

$$15^{\circ}. \quad (u - v)' =$$

$$16^{\circ}. \quad (uv)' =$$

$$17^{\circ}. \quad (cu)' =$$

$$18^{\circ}. \quad \left(\frac{u}{v}\right)' =$$

$$\text{В частности, } \left(\frac{1}{v}\right)' =$$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

$$19^{\circ}. \quad f(\varphi(x))' =$$

$$3^{\circ}. \quad (kx + b)' =$$

$$4^{\circ}. \quad (a^x)' =$$

$$\text{В частности, } (e^x)' =$$

$$5^{\circ}. \quad (\log_a x)' =$$

$$\text{В частности, } (\ln x)' =$$

$$(\lg x)' =$$

$$6^{\circ}. \quad (\sin x)' =$$

$$7^{\circ}. \quad (\cos x)' =$$

Время на выполнение: 15 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Перечисление табличных интегралов	Критерии оценок: «5» - более 18 правильных ответов; «4» - от 15 до 18 верных ответов; «3» - от 11 до 14 верных ответов; Менее 10 – незачет

Критерии оценок:

«5» - более 18 правильных ответов;

«4» - от 15 до 18 верных ответов;

«3» - от 11 до 14 верных ответов;

Менее 10 – незачет

Устный ответ

Текст задания

Записать табличные интегралы:

$$1. \quad \int 0 dx =$$

$$2. \quad \int x^{\alpha} dx =$$

$$\text{В частности, } \int dx =$$

$$3. \quad \int \frac{dx}{x} =$$

$$4. \quad \int a^x dx =$$

$$\text{В частности, } \int e^x dx =$$

5. $\int \cos x dx =$

6. $\int \sin x dx =$

7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

В частности, $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$

10. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$

В частности, $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$

Время на выполнение: 10 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	Перечисление табличных интегралов	Критерии оценок: «5» - 11 правильных ответов; «4» - от 8 до 10 верных ответов; «3» - от 6 до 7 верных ответов; Менее 6 – незачет

Самостоятельная работа обучающихся № 4 на тему:
«Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя».

Проверяемые результаты обучения: З4; У2; ОК2, ОК3, ОК6, ОК8

Номер примера соответствует номеру варианта в задании (индивидуальные номера)

1. Даны функции $y(x)$ и $g(x)$. Найти производные первого, второго, третьего и четвертого порядков.

I. $y(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 7x + 4$ и $g(x) = 3^x$;

II. $y(x) = 2x^5 - x^3 - 5x^2 + 13x + 1$ и $g(x) = 14^x$;

III. $y(x) = 2x^5 - 7x^4 - 5x^3 + 6x$ и $g(x) = \sin 2x$;

IV. $y(x) = x^5 - 4x^4 - 3x^2 + 18x + 18$ и $g(x) = \cos 2x$;

2. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков.

I. $f(x) = (4x + 5)^3$; II. $f(x) = (2x + 4)^6$; III. $f(x) = (3x + 3)^5$; IV. $f(x) = (5x + 15)^4$.

3. Раскрыть неопределенность с помощью правила Лопиталя.

I. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$;

$$\text{II. } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right);$$

$$\text{III. } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{tg} x - \frac{1}{\cos x} \right);$$

$$\text{IV. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3};$$

Нормы оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий

оценка «4» - при выполнении 1 – 2 заданий

оценка «3» - при выполнении первого задания

Самостоятельная работа № 5

«Вычисление определенных интегралов и практическое приложение его»

Проверяемые результаты обучения: 34; У2; ОК1, ОК2, ОК3, ОК5, ОК8

Текст задания

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за четвертую секунду.

Время на выполнение: 40 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Вычисление определенных интегралов	«5» - все задания выполнены; «4» - выполнены 4 задания; «3» - выполнено 50%
Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	- Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой	

Самостоятельная работа обучающихся №6:

Дифференциальное и исчисление функции одной действительной переменной

Проверяемые результаты обучения: 34; У2; ОК1, ОК2, ОК3, ОК6, ОК8

Ответьте на вопросы:

- 1) Сформулируйте определение производной.
- 2) Производная функции одной переменной: геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
- 3) Правила дифференцирования.
- 4) Производная сложной функции.
- 5) Таблица производных основных элементарных функций.
- 6) Связь дифференцируемости и непрерывности функции
- 7) Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
- 8) Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций
- 9) Достаточное условие экстремума.
- 10) Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
- 11) Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
- 12) Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
- 13) Асимптоты графика функции.
- 14) Общий план исследования функции и построения графика.
- 15) Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов.
- 16) Замена переменной.
- 17) Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
- 18) Формула Ньютона-Лейбница.
- 19) Вычисление площадей плоских фигур.
- 20) Физические приложения определенного интеграла.

1 вариант

1) Найти производную функций:

а) $y = x \cos x \sin x + \frac{1}{2} \cos^2 x$; б) $y = \frac{x^2 e^{x^2}}{x^2 + 1}$.

2) Методами дифференциального исчисления исследовать функцию $y = \frac{9x}{9 - x^2}$ и построить график;

3) Вычислить неопределённые интегралы:

а) $\int (2e^x - \sqrt[3]{x^2}) dx$; б) $\int \frac{dx}{(6x + 7)^3}$

4) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых координатах: $y = x + 2, y = 2 - x, y = 0$

2 вариант

1) Найти производную функций:

а) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$; б) $y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1 - x^8}$

2) Методами дифференциального исчисления исследовать функцию $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$ и построить график;

3) Вычислить неопределённые интегралы:

а) $\int (3 \cos x + 2\sqrt[5]{x^3}) dx$ б) $\int \frac{dx}{(8 - 13x)^2}$

4) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых координатах: $y = 2x - 4, y = 2 - x, x = 0$

Критерии оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий и аккуратном оформлении;

оценка «4» - при выполнении всех заданий, 75%, но с недочётами.

оценка «3» - при выполнении 50% заданий, или выполнено 2 задания, или ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки.

Самостоятельная работа обучающихся №7:

На тему: «Вычисление частных производных функций нескольких переменных».

Проверяемые результаты обучения: З4; У3; ОК2, ОК3, ОК4, ОК8

Вариант 1

1) Вычислить частные производные 1 и 2 порядков функции нескольких переменных.

1. $u(x, y) = 3x^2y + 2xy^3 - 2x + y$

2. $u(x, y) = \ln(x + \ln y)$

2) Вычислите z''_{xy} для функции $z(x, y) = \frac{2x - y}{3xy}$

Вариант 2

- 1) Вычислить всевозможные частные производные 1 и 2 порядков функции нескольких переменных.

1. $z(x, y) = ax^2 + by^5 + c$

2. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^3}$

- 2) Вычислите z''_{xy} для функции $z(x, y) = \frac{3xy}{4x+y}$

Контрольная работа №1:

Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Проверяемые результаты обучения: 34; У2; У3; ОК2, ОК4, ОК8

Вариант 1

1. Найти производные заданных функций:

a) $y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2\right)^5$; b) $y = \ln \sqrt[5]{\frac{1-5x}{1+5x}}$; c) $y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}$; d) $y = 2^{\lg x} + x \cdot \sin 2x$.

2. Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и построить её график.

$$y = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$$

3. Вычислить приближенное значение $\sqrt[n]{a}$, заменяя приращение функции $y = \sqrt[n]{x}$ дифференциалом.

$$n = 3, a = 125,93$$

Вариант 2

1. Найти производные заданных функций:

a) $y = \left(\frac{1}{4}x^8 + 8\sqrt{x^3} - 1\right)^3$; b) $y = \ln \sqrt[4]{\frac{4x-1}{x^4+1}}$; c) $y = \arccos \sqrt{x+1}$;

d) $y = 3^{\cos x} - x \cdot \sin 2x$.

2. Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и построить её график.

$$y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$$

3. Вычислить приближенное значение $\sqrt[n]{a}$, заменяя приращение функции $y = \sqrt[n]{x}$ дифференциалом.

$$n = 4, a = 256,96$$

Критерии оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий

оценка «4» - при выполнении 1 и 2 заданий

оценка «3» - при выполнении любых трех примеров.

3.2.4. Пример типовых заданий для оценки освоения знаний и умений.

Контрольная работа №2

Проверяемые результаты обучения: З1, 2, 3, 4; У1, 2, 3,4; ОК2, ОК3, ОК4, ОК8.

Вариант 1.

1. Вычислите сумму и произведение матриц А и В:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 6 \\ -2 & 3 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найдите обратную матрицу: $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

3. Вычислить систему методом Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

4. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 5x + 6}$

5. Вычислить производную функции: $y = x^3 \ln \frac{1}{x}$

6. Вычислите интеграл: $\int \frac{x dx}{1 + x^4}$

7. Вычислите частные производные 1 порядка по х и по у: $y = 2x^2y^3 - 3 \cos xy$

8. Проверить ряд на сходимость, записать признак: $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots$

9. Решить дифференциальное уравнение: $y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$

Вариант 2.

1. Вычислите сумму и произведение матриц А и В:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 6 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 8 \\ 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найдите обратную матрицу: $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

3. Вычислить систему методом Крамера:
$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 9, \\ x + 2y - 3z = 14, \\ 3x + 4y + z = 16. \end{cases}$$

4. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 7x + 10}$

5. Вычислить производную функции: $y = \ln(7x^2 + 3x^3)$

6. Вычислите интеграл: $\int (x \sin x) dx$

7. Вычислите частные производные 1 порядка по х и по у: $u(x, y) = x^8y^3 - 18x \cos 2y$.

8. Проверить ряд на сходимость, записать признак: $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^3 + \dots$
9. Решить дифференциальное уравнение: $y''' - y'' - 4y' + 4y = 0$

Критерии оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий и аккуратном оформлении;

оценка «4» - при выполнении всех заданий, 75%, но с недочетами.

оценка «3» - при выполнении 50% заданий, или допущены вычислительные ошибки более, чем в половине заданий.

4. Контрольно-оценочные материалы для диф.зачета

4.1 Общие положения

Дифференцированный зачёт предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины ЕН. 01. «Элементы высшей математики» по специальности СПО: Технология машиностроения.

Дифференцированный зачёт включает тестирование. При выставлении оценки по экзамену учитывается готовность к овладению профессиональными компетенциями, ориентированными на подготовку студента к освоению профессиональных модулей ОПОП по специальности.