

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ
СВЕРДЛОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Свердловской области

«ЕКАТЕРИНБУРГСКИЙ ТЕХНИКУМ «АВТОМАТИКА»

Рекомендовано к реализации:

методическим советом,

Председатель методического совета

 Л.Н. Пахомова



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ: ЕН.03. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Екатеринбург
2020

Аннотация ФОС к рабочей программе

ФОС к рабочей программе учебной дисциплины ЕН.03 «Теория вероятностей и математическая статистика» разработана на основе ФГОС СПО по специальности 09.02.07 «Информационные системы и комплексы»
(код и наименование примерной программы учебной дисциплины)

Организация-разработчик:
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Свердловской области «Екатеринбургский техникум «Автоматика»

Разработчик:
преподаватель высшей квалификационной категории государственного автономного профессионального образовательного учреждения Свердловской области «Екатеринбургский техникум «Автоматика», Ваганова Галина Васильевна

Правообладатель рабочей программы:
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Свердловской области «Екатеринбургский техникум «Автоматика»,
г. Екатеринбург, Надеждинская, 24. Тел/факс 324-03-79.

Рабочая программа рассмотрена ПЦК информационных технологий

Рабочая программа рекомендована к использованию в учебном процессе методическим советом техникума.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины (модуля)

общефессиональные (ОПК):

- способность применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач (ОПК-2).

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студент должен:

- по компетенции ОПК-2:

знать:

- аксиоматику и основные понятия теории вероятностей; ОПК-2.1.6;
- классическое определение вероятности и геометрическую вероятность; ОПК-2.1.7;

уметь:

- применять стандартные методы дискретной математики для решения профессиональных задач; ОПК-2.2.5;

владеть:

- основными методами непосредственного подсчёта вероятностей; ОПК-2.3.3.

2. Текущий контроль

2.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

2.1.1 Пример формы №1 Контрольная работа №1

1. Задача на классическое определение вероятности с применением формул комбинаторики.
2. Задача на формулу полной вероятности и формулы Байеса.
3. Задача на дискретные случайные величины.
4. Задача на непрерывные случайные величины.
5. Задача на двумерные случайные величины.

Задачи.

1а. Студент знает ответ на 20 теоретических вопросов из 30 и сможет решить 30 задач из 50. Определить вероятность того, что студент полностью ответит на билет, который состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

1б. Из 50 вопросов экзамена студент подготовил 40. Найти вероятность того, что из двух заданных ему вопросов студент знает ровно один.

2а. Из 20 деталей, среди которых 8 высшего качества, случайным образом выбираются на сборку 5. Какова вероятность того, что среди них окажется 3 детали высшего качества?

2б. Среди изготавливаемых рабочим деталей в среднем 4% брака. Какова вероятность того, что среди взятых на испытание 5 деталей будут ровно две бракованные детали?

3а. Три прибора испытываются на надёжность. Вероятности выхода из строя каждого прибора равны соответственно 0,1; 0,2; 0,3. Найти вероятность того, что два прибора выйдут из строя.

3б. Для сигнализации о пожаре установлены два независимо работающих датчика. Вероятности того, что при пожаре датчик сработает, равны для первого и второго соответственно 0,9 и 0,95. Определить вероятность того, что при пожаре сработает хотя бы один датчик.

4а. Прибор может работать в двух режимах: А и В. Режим А имеет место в 80% всех случаев работы прибора, режим В – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время Т в режиме А равна 0,1, в режиме В – 0,7.

1) Найти вероятность выхода прибора из строя за время Т. 2) Прибор вышел из строя за время Т. Какова вероятность, что он работал в режиме В?

4б. Из 5 стрелков два попадают в цель с вероятностью 0,6, а три – с вероятностью 0,4. 1) Что вероятнее: попадёт в цель наудачу выбранный стрелок или нет? 2) Наудачу выбранный стрелок попал в цель. Что вероятнее: принадлежит он к первым двум или к последним трём?

5а. Ремонтная бригада завода обслуживает станки трёх типов: первого, второго и третьего, которые присутствуют на заводе в соотношении 1:2:3. Вероятности обращения к бригаде за время Т для обслуживания станков каждого типа равны соответственно 0,5; 0,3; 0,2. В бригаду поступил вызов (событие А). Какого типа станок вероятнее всего требует ремонта?

5б. В первом ящике находятся 3 белых и 4 чёрных шара; во втором – 2 белых и 3 чёрных шара; в третьем – неизвестное количество шаров, причём все они – белые. Из наугад взятого ящика вынули наугад один шар. 1) Найти вероятность следующего события А: выбранный шар – белый. 2) Вынули белый шар. Найти вероятность того, что его вынули из третьего ящика.

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решены все задачи.

Оценка 4 – решены четыре задачи.

Оценка 3 – решены три задачи.

Оценка 2 – решено менее трех задач.

2.1.2 Пример формы №2 Контрольная работа № 2

1. Что такое схема независимых испытаний?

2. Написать Формулу Бернулли.

3. Когда применяется формула Пуассона как асимптотическая для формулы Бернулли, а когда формула Лапласа?
4. Как изменится формула Пуассона в случае переменной вероятности успеха?
5. Каковы числовые характеристики биномиального распределения.

Задачи.

1. Закон распределения дискретной случайной величины X задан в виде таблицы.
 - а) Построить многоугольник распределения;
 - б) Найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график;
 - в) Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

2. Дифференциальная функция распределения (плотность распределения) $f(x)$ случайной величины X задана выражением, зависящим от параметра.
 - а. Найти значение параметра a ;
 - б. Найти интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить графики $f(x)$ и $F(x)$;
 - в. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение данной случайной величины;
 - г. Вычислить вероятность P попадания случайной величины X на заданный интервал.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ ax^3, & 0 < x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases} \quad P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{2}\right) = ?$$

3. Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределённой случайной величины X . Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α, β) .

$$a = 10, \sigma = 4, \alpha = 2, \beta = 13.$$

Критерии оценивания компетенций.

- Оценка 5 – решены все задачи.
 Оценка 4 – решены четыре задачи.
 Оценка 3 – решены три задачи.
 Оценка 2 – решено менее трех задач.

2.1.3 Пример формы №3 Контрольная работа № 3

1. Что такое выборка, вариационный ряд, эмпирическая функция распределения, гистограмма?

2. По каким формулам вычисляется выборочная средняя и выборочная дисперсия?
3. Можно ли к данным в лабораторной работе применить критерий согласия Пирсона?
4. Дать определения интервальной оценки, доверительного интервала и доверительной вероятности.
5. Что характеризует коэффициент корреляции?

Задачи.

Данные наблюдений сведены в упорядоченные группы и представлены в виде интервального статистического ряда. Первая строка таблицы – интервалы наблюдавшихся значений случайной величины X , вторая – соответствующие им частоты. Требуется:

1. Построить гистограмму относительных частот;
2. Вычислить числовые характеристики выборки: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение;
3. Предполагая, что исследуемая случайная величина распределена по нормальному закону, записать плотность вероятности случайной величины X и построить её график на одном чертеже с гистограммой относительных частот (график выравнивающей кривой);
4. Найти теоретические частоты нормального распределения. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить по критерию согласия Пирсона (хи-квадрат) гипотезу о нормальном законе распределения;
5. Найти интервальные оценки параметра μ (математического ожидания) нормального распределения. Доверительную вероятность (надежность) принять равной 0,95.

Интервалы	(3; 7)	(7; 11)	(11; 15)	(15; 19)	(19; 23)	(23; 27)	(27; 31)	(31; 35)
Частоты	1	5	28	53	62	36	12	3

Критерии оценивания компетенций.

- Оценка 5 – решены все задачи.
 Оценка 4 – решены четыре задачи.
 Оценка 3 – решены три задачи.
 Оценка 2 – решено менее трех задач.

2.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Текущий контроль успеваемости студентов осуществляется в форме в форме контрольных работ по отдельным темам; в форме ответа (решение задачи на доске или ответ на вопрос преподавателя) на практическом

занятии. Процедуры оценивания знаний, умений и навыков при текущем контроле успеваемости осуществляются последовательно по мере прохождения лекционного курса в соответствии с матрицей соотнесения тем/разделов учебной дисциплины и формируемых в них профессиональных компетенций.

Результаты текущего контроля учитываются преподавателем в журнале учета занятий (или личном журнале преподавателя).

3. Промежуточная аттестация

3.1. Описание показателей и критериев оценивания сформированности компетенций по дисциплине

Контрольные вопросы к экзамену

Элементарные задачи теории вероятностей

- 1) Понятие случайного события. Совместные, несовместные, противоположные события.
- 2) Алгебра событий (сумма, произведение, разность событий и их свойства).
- 3) Полная группа событий. Классическое определение вероятности события.
- 4) Элементы комбинаторики. Правило умножения и сложения. Схема выбора с возвращением и без возвращения. Число размещений, сочетаний и перестановок.
- 5) Относительная частота событий. Статистическая вероятность.
- 6) Теорема сложения (с доказательством). Зависимые и независимые события. Теорема умножения.
- 7) Формула полной вероятности (с доказательством) и формула Байеса (с доказательством).
- 8) Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
- 9) Теоремы Муавра-Лапласа (локальная и интегральная).
- 10) Формула Пуассона (с доказательством).

- 11) Определение совместных и несовместных событий. Определение суммы событий. Вероятность суммы двух событий.
- 12) Первый стрелок поражает мишень с вероятностью 0,6, второй – с вероятностью 0,5, третий – с вероятностью 0,3. Выстрелили все трое. Найти вероятность того, что 1) попал хотя бы один; 2) попал только один.
- 13) Биномиальное распределение. Его числовые характеристики.
- 14) Производятся 4 независимых выстрела в одинаковых условиях. Вероятность попадания в каждом выстреле равна 0,6. Написать закон распределения случайной величины X - числа попаданий и найти числовые характеристики закона.
- 15) На проверку поступила партия микросхем, среди которых 10 процентов дефектных. При проверке дефект обнаруживается с вероятностью 0,95. С вероятностью 0,03 исправная микросхема может быть признана дефектной. Проверили одну микросхему. 1) Найти вероятность следующего события A : проверенная микросхема признана дефектной; 2) Событие A произошло, то есть проверенная микросхема признана дефектной. Найти вероятность, что она была исправной.

Случайные величины. Основные законы распределения

- 16) Случайные величины. Понятие дискретной и непрерывной случайной величины. Примеры.
- 17) Функция распределения, ее свойства. Вероятность попадания случайной величины на заданный промежуток.
- 18) Закон распределения дискретной случайной величины. Примеры.
- 19) Плотность вероятности и ее свойства.
- 20) Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и их свойства.
- 21) Моменты распределения. Мода и медиана.
- 22) Биномиальный закон распределения, его числовые характеристики.
- 23) Закон распределения Пуассона, его характеристики. Примеры.
- 24) Равномерное распределение, числовые характеристики, функция распределения.
- 25) Показательное распределение, числовые характеристики, функция распределения.
- 26) Нормальное распределение, его свойства. Моменты. Функция Лапласа, правило 3-х сигм.
- 27) Системы случайных величин. Закон распределения системы дискретных случайных величин.
- 28) Функция распределения системы случайных величин, её свойства.
- 29) Числовые характеристики системы случайных величин. Математические ожидания и дисперсии.

30) Корреляционный момент, его свойства. Коэффициент корреляции и его свойства.

31) Независимые случайные величины. Необходимые и достаточные условия независимости, вид совместной функции распределения и плотности распределения.

32) Условные законы распределения. Условное математическое ожидание.

33) Закон распределения дискретной случайной величины X задан в виде таблицы.

а) Построить многоугольник распределения;

б) Найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график;

в) Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$.

x_i	1	3	5	7	9
p_i	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

34) Дифференциальная функция распределения (плотность распределения) $f(x)$ случайной величины X задана выражением, зависящим от параметра.

1. Найти значение параметра a ;

2. Найти интегральную функцию распределения $F(x)$ и построить графики $f(x)$ и $F(x)$;

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение данной случайной величины;

4. Вычислить вероятность P попадания случайной величины X на заданный интервал.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ ax^2, & 0 < x \leq \frac{3}{2}; \\ 0, & x > \frac{3}{2}. \end{cases} \quad P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{4}\right) = ?$$

35) Известны математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределённой случайной величины X . Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал (α, β) .

$$a = 9, \sigma = 5, \alpha = 5, \beta = 14.$$

Обработка статистических данных и проверка гипотез

36) Типичные задачи математической статистики. Выборка. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма.

37) Точечные оценки параметров распределения. Выборочная средняя. Выборочная дисперсия. Свойства оценок (несмещенные, состоятельные, эффективные оценки).

38) Интервальные оценки. Понятие доверительного интервала и доверительной вероятности. Доверительный интервал для математического ожидания при известной и неизвестной дисперсии нормально распределенной величины.

39) Статистическая проверка гипотез. Общая постановка задачи. Проверка гипотезы о законе распределения по критерию Пирсона.

40) Данные наблюдений случайной величины X представлены в виде интервального статистического ряда. Первая строка таблицы – интервалы наблюдавшихся значений с. в. X , вторая – соответствующие им частоты. Требуется:

- а) Найти эмпирическую функцию распределения и построить её график;
- б) Построить гистограмму и полигон относительных частот;
- в) Найти числовые характеристики выборки: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение;
- г) Предполагая, что исследуемая с. в. X распределена по нормальному закону, найти параметры нормального закона, записать плотность с. в. X и построить её график на одном чертеже с гистограммой (график выравнивающей кривой);
- д) Найти с надёжностью (доверительной вероятностью) $\gamma = 0,95$ интервальную оценку параметра $a = M[X]$ случайной величины X .

Интервалы	(10; 20)	(20; 30)	(30; 40)	(40; 50)	(50; 60)	(60; 70)	(70; 80)	(80; 90)
Частоты	1	3	22	59	70	36	8	1

Критерии оценивания

Формирование знаний, умений и навыков, обучающихся на экзамене, определяется оценками:

«отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При выведении оценки экзаменатор руководствуется следующим общими критериями.

Оценка **«отлично»** выставляется при следующих условиях:

- даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные в экзаменационном билете;
- решены все предложенные практические задачи;
- показано глубокое и творческое овладение основной и дополнительной литературой;
- ответы отличаются четкостью, мысли излагаются в необходимой логической последовательности.

Оценка «**хорошо**» выставляется при следующих условиях:

- даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные в экзаменационном билете;
- решены почти все предложенные практические задачи;
- даны полные, но недостаточно обоснованные ответы на дополнительные вопросы;
- показаны глубокие знания основной и недостаточное знакомство с дополнительной литературой;
- ответы в основном были четкими, но в них не всегда выдерживалась логическая последовательность.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется при следующих условиях:

- даны в основном правильные ответы на все вопросы экзаменационного билета, но без должной глубины и обоснования;
- решены не менее половины предложенных практических задач;
- не даны положительные ответы на некоторые дополнительные вопросы;
- показаны недостаточные знания основной литературы;
- ответы были многословными, мысли излагались недостаточно четко и без должной логической последовательности.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется в случаях, когда не выполнены условия, позволяющие поставить оценку «удовлетворительно».

При выставлении экзаменационной оценки учитывается уровень методической подготовленности студента, а также аккуратность и логическая последовательность письменного изложения ответов на вопросы экзаменационного билета.

3.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

На основании вопросов для подготовки к экзамену формируются билеты в количестве на 10-20% более списочного состава группы студентов. В каждом билете даются три теоретических вопроса и задачи из разных разделов дисциплины.

Порядок подготовки и проведения промежуточной аттестации

Подготовка к промежуточной аттестации осуществляется в соответствии с утвержденной рабочей программой по дисциплине, содержащей перечень вопросов, выносимых на экзамен.

Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно-устно). Для непосредственной подготовки студентов к промежуточной аттестации предусматривается время до 2-3 дней. Накануне экзамена проводится консультация, где обучаемый может задать проблемные вопросы. На подготовку к ответу обучаемому выделяется время до 90 минут. Студент

должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

Неявка студента без уважительной причины на экзамен в день его проведения по расписанию приравнивается к академической задолженности.