23.10.2020

Добрый день.

Рассмотрите теоритический материал высланный вам –Решение сис-м лин. уравнений методом Крамера и Гаусса. Вспомните работу на уроке и пропишите алгоритм решения систем линейных уравнений (последовательность действий при решении систем линейных уравнений):

Алгоритм:

1. **По методу Крамера.**

   1. Рассмотрим систему уравнений $\begin{cases} a_1x + b_1y = s_1 \\ a_2x + b_2y = s_2 \end{cases}$
   2. Находим главный определитель системы $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$:

      Если $D = 0$, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений).

      Если $D \neq 0$, то система имеет единственное решение
   3. и для нахождения корней мы должны вычислить еще 2-3-…определителя:

      $\Delta_x = \begin{vmatrix} s_1 & b_1 \\ s_2 & b_2 \end{vmatrix}$ и $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & s_1 \\ a_2 & s_2 \end{vmatrix}$
   4. Корни уравнения находим по формулам: $x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-300}{-60} = 5$ и $x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{60}{-60} = -1$ или

      по другому $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ и $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

2. **Решение системы с помощью обратной матрицы -** Метод обратной матрицы – это, по существу, частный случай матричного уравнения.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Решение: Запишем систему в матричной форме:

$AX = b$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 21 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}$

Решение системы найдем по формуле $X = A^{-1}b$

Обратную матрицу найдем по формуле: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A_*^T$, где A_*^T – транспонированная матрица алгебраических дополнений соответствующих элементов матрицы A.

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

Сначала с определителем: $= 3 \cdot (-4-2) + 2 \cdot (-3+4) + 4 \cdot (-3-8) = -18 + 2 - 44 = -60$

Здесь определитель раскрыт по первой строке.

Внимание! Если $|A| = 0$ **, то обратной матрицы не существует, и решить систему матричным методом невозможно. В этом случае система решается** методом исключения неизвестных (методом Гаусса)**.**

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix}$$

Теперь нужно вычислить 9 миноров и записать их в матрицу миноров

Например минор -

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -3 - 8 = -11$$

……

И потом:

$$M = \begin{pmatrix} -6 & 1 & -11 \\ 6 & -11 & 1 \\ -12 & -18 & 18 \end{pmatrix}$$ – матрица миноров соответствующих элементов матрицы A.

$$A_* = \begin{pmatrix} -6 & -1 & -11 \\ -6 & -11 & -1 \\ -12 & 18 & 18 \end{pmatrix}$$ – матрица алгебраических дополнений.

$$A_*^T = \begin{pmatrix} -6 & -6 & -12 \\ -1 & -11 & 18 \\ -11 & -1 & 18 \end{pmatrix}$$ – транспонированная матрица алгебраических дополнений.

Теперь записываем обратную матрицу: как пример

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A_*^T = \frac{1}{-60} \begin{pmatrix} -6 & -6 & -12 \\ -1 & -11 & 18 \\ -11 & -1 & 18 \end{pmatrix} = \frac{1}{60} \begin{pmatrix} 6 & 6 & 12 \\ 1 & 11 & -18 \\ 11 & 1 & -18 \end{pmatrix}$$

3. По методу Гаусса.

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ 2x + y = -7 \end{cases}$$

На первом этапе нужно записать *расширенную матрицу системы*:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & -7 \end{array}\right)$$

Матрица системы – *это матрица, составленная только из коэффициентов при неизвестных, в данном примере матрица системы:* $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. **Расширенная матрица системы** – *это та же матрица системы плюс столбец свободных членов, в данном случае:* $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & -7 \end{array}\right)$. *Любую из матриц можно для краткости называть просто матрицей.*

После того, как расширенная матрица системы записана, с ней необходимо выполнить элементарные преобразования.

1) **Строки** матрицы **можно переставлять** местами
2) 2) Если в матрице есть (или появились) пропорциональные (как частный случай – одинаковые) строки, то следует **удалить** из матрицы все эти строки кроме одной.
3) 3) Если в матрице в ходе преобразований появилась нулевая строка, то ее также следует **удалить**. Рисовать не буду, понятно, нулевая строка – это строка, в которой *одни нули*.
4) Строку матрицы можно **умножить (разделить)** на любое число, отличное от нуля.

Элементарные преобразования не меняют решение системы уравнений и Цель элементарных преобразований – привести матрицу к ступенчатому виду.

Запишем расширенную матрицу системы и с помощью элементарных преобразований приведем ее к *ступенчатому виду*:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$ ….

В оформлении задания прямо так и отчеркивают простым карандашом «лестницу», а также обводят кружочками числа, которые располагаются на «ступеньках». Сам термин «ступенчатый вид» не вполне теоретический, в научной и учебной литературе он часто называется *трапециевидный вид* или *треугольный вид*.

В результате элементарных преобразований получена *эквивалентная* исходной система уравнений:

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ \quad\; y = 1 \end{cases}$$

Теперь систему нужно «раскрутить» в обратном направлении – снизу вверх, этот процесс называется *обратным ходом метода Гаусса*.

В нижнем уравнении у нас уже готовый результат: $y = 1$.

Рассмотрим первое уравнение системы $x - y = -5$ и подставим в него уже известное значение «игрек»:

$x - 1 = -5$

$x = -4$

Ответ: $x = -4, y = 1$

Примеры решений различных систем уравнений можно посмотреть с помощью калькулятора))).

Особенно обратите внимание на метод Гаусса.

Он прост, но требует гибкости ума и творческого подхода.

Делайте на свежую голову.

Ответы жду до 29.10.2020г.