ДЗ до 11,01,2021

Добрый день,
Ознакомитесь и законспектируй те новый материал.

https://present5.com/lekciya-1-funkciya-posledovatelnost-ponyatie-funkcii-sposoby/

Лекция 1. Функция. Последовательность. Понятие функции Способы

Лекция 1. Функция. Последовательность.

- Понятие функции
- Способы задания функции
- Классификация функций
- Основные характеристики поведения функций
- Понятие последовательности
- Предел последовательности
- Свойства сходящихся последовательностей

Основные характеристики поведения функции (самостоятельно)

1) Четность функции (четная, нечетная, общего вида)

2) Периодичность функции

3) Монотонность функции (возрастающая, убывающая, неубывающая, невозрастающая)

4) Ограниченность функции (ограниченная сверху, ограниченная снизу, ограниченная)

Понятие последовательности

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. ***Последовательностью*** *называется перенумерованное множество*
(чисел – числовая последовательность,
функций – функциональная последовательность и т.д.)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. ***Последовательностью*** *называется функция, заданная на множестве натуральных чисел.*

Если область значений последовательности – числовое множество, то последовательность называют ***числовой*** , если область значений – множество функций, то последовательность называют ***функциональной***.

Принято обозначать:

аргумент последовательности: n (или k)

значения функции: x_n, y_n и т.д.

Называют: x_1 – первый член последовательности,

x_2 – второй член последовательности и т.д.

x_n – n-й (общий) член последовательности.

Способы задания последовательностей:

1) явно (т.е. формулой $x_n = f(n)$)

2) рекуррентным соотношением

(т.е. формулой $x_n = F(x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_{n-k})$)

Записывают последовательность:

$\{ x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots\}$ – развернутая запись;

$\{ x_n \}$ – короткая запись (где x_n – общий член)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется

- ***ограниченной снизу***, если $\exists a \in \mathbb{R}$ такое, что $a \le x_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$;
- ***ограниченной сверху***, если $\exists b \in \mathbb{R}$ такое, что $x_n \le b$, $\forall n \in \mathbb{N}$;
- ***ограниченной***, если $\exists a, b \in \mathbb{R}$ такие, что $a \le x_n \le b$, $\forall n \in \mathbb{N}$

возрастающей (***неубывающей***), если

$$x_n < x_{n+1} \ (x_n \le x_{n+1}), \ \forall n \in \mathbb{N};$$

- ***убывающей*** (***невозрастающей***), если

$$x_n > x_{n+1} \ (x_n \ge x_{n+1}), \ \forall n \in \mathbb{N};$$

Замечание. Возрастающие, убывающие, невозрастающие, неубывающие последовательности называются ***монотонными***.

Предел последовательности

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Число* $a \in \mathbb{R}$ *называется* *пределом последовательности* $\{ x_n \}$ *если* $\forall \varepsilon > 0$ $\exists N \in \mathbb{N}$ *такое, что*

$$| x_n - a | < \varepsilon, \quad \forall n > N.$$

Записывают:

$$\lim_{n \to \infty} x_n = a, \quad x_n \to a$$

Говорят: последовательность $\{ x_n \}$ сходится (стремиться) к a.

Последовательность, имеющую предел, называют ***сходящейся*** (***сходящейся к*** a)

Последовательность, не имеющую предела, называют ***расходящейся***.

Геометрическая интерпретация предела последовательности

Пусть $r \in \mathbb{R}$, $M(r) \in Ox$

$M(r)$ – геометрическая интерпретация числа $r \in \mathbb{R}$.

Пусть $x_0 \in \mathbb{R}$, $\varepsilon > 0$.

Интервал $(x_0 - \varepsilon;\ x_0 + \varepsilon)$ называют ***ε-окрестностью точки*** x_0.
(геометрическое определение ε-окрестности точки)

Будем обозначать: $U(x_0, \varepsilon)$
Имеем: $U(x_0, \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}:\ |x - x_0| < \varepsilon\}$
(алгебраическое определение ε-окрестности точки)

Геометрическая интерпретация предела последовательности : если $\{x_n\} \to a$, то геометрической точки зрения это означает, что в любой ε-окрестности точки a находятся все члены последовательности $\{x_n\}$, за исключением может быть конечного их числа.

$\Rightarrow$ a – точка «сгущения» последовательности $\{x_n\}$.

СВОЙСТВА СХОДЯЩИХСЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

- Две последовательности, отличающиеся на конечное число членов, ведут себя одинаково относительно сходимости.
- Последовательность может иметь не более одного предела
- Если $\{ x_n \} \to a$, то $\{ |x_n| \} \to |a|$.
- Сходящаяся последовательность ограничена

Лекция 1. Функция. Последовательность.

- Понятие функции
- Способы задания функции
- Классификация функций
- Основные характеристики поведения функций
- Понятие последовательности
- Предел последовательности
- Свойства сходящихся последовательностей

Понятие функции

- Функция – от латинского functio – исполнение, осуществление.

Пусть X, Y – множества произвольной природы.

*Если $\forall x \in X$ поставлен в соответствие **единственный** элемент $y \in Y$, то говорят, что на множестве X задана **функция** (**отображение**) с множеством значений Y.*

Записывают: $f: X \to Y$, $y = f(x)$
(где f – закон, осуществляющий соответствие)

Называют: X – область (множество) определения функции
x $(x \in X)$ – аргумент (независимая переменная)
Y – область (множество) значений
y $(y \in Y)$ – зависимая переменная (функция)

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

1) словесный;
2) аналитический:

Пример . Функция Филлипса. Как и любая цена, цена труда зависит от конъюнктуры рынка. Когда на рынке труда имеет место дефицит, то рабочие могут рассчитывать на большую зарплату, и наоборот, в период существования конъюнктурной безработицы рабочим будут платить меньше.

В 1958 году профессор Лондонской школы экономики Филлипс опубликовал результаты своих исследований взаимозависимости между уровнем безработицы и изменением денежной ставки зарплаты в Великобритании в период с 1861 по 1957 г. Для первых 52 лет (1861-1913) эта зависимость выражалась уравнением

$$y = -0{,}9 + 9{,}638 \cdot x^{-1{,}394}$$

где y — годовой темп прироста ставки заработной платы (в процентах), x — общий уровень безработицы (в процентах).

а) явное задание (т.е. формулой $y = f(x)$)

б) неявное задание (т.е. с помощью уравнения $F(x,y)=0$).

Например $x^2 + 3y = 0$

3) табличный;

Пример. Рост числа научных изданий. Рост числа научных изданий y, начиная с 1750 г. с интервалом в 50 лет, в зависимости от года x, выглядит (округленно) следующим обра-зом

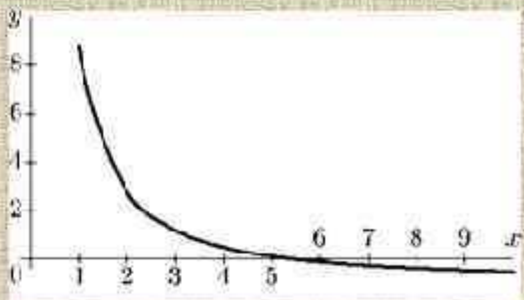
x	1750 г.	1800 г.	1850 г.	1900 г.	1950 г.
y	10	100	1 000	10 000	100 000

4) графический;

Графиком функции *$y = f(x)$ называется геометрическое место точек плоскости с координатами $(x;\ f(x))$.*

График функции $y = f(x)$ будем также называть «кривой $y = f(x)$».

Пример . Кривая Филлипса.



Сложная функция – функция от функции. Если z – функция от y, т.е. $z(y)$, а y, в свою очередь, – функция от x, т.е. $y(x)$, то функция $f(x) = z(y(x))$ называется ***сложной функцией*** (или *композицией*, или *суперпозицией функций*) от x.

В такой функции ***x* – *независимая***, а ***y* – *промежуточная*** *переменная*. При этом сложная функция определена для тех значений независимой переменной, для которых значения промежуточной функции y входят в область определения функции $z(y)$.

Например, рассмотрим функцию: $y = \sin^2(2x)$.

Фактически эта запись означает следующую цепочку функциональных преобразований:

$$u = 2x \text{ --> } v = \sin u \text{ --> } y = v^2 ,$$

что может быть записано в общем виде с помощью символов функциональных зависимостей:

$$y = f(v[u(x)]).$$

Классификация функций

Элементарной функцией *называется функция, которая может быть задана одной формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x)$ – *выражение, составленное из основных элементарных функций и действительных чисел с помощью конечного числа операций сложения, вычитания, умножения, деления и взятия функции от функции.*

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ:

1) степенные: $y = x^r$ $(r \in \mathbb{R})$
2) показательные: $y = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$
3) логарифмические: $y = \log_a x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$
4) тригонометрические: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\, x$, $y = \mathrm{ctg}\, x$
5) обратные тригонометрические: $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \mathrm{arctg}\, x$, $y = \mathrm{arcctg}\, x$

Основные характеристики поведения функции (самостоятельно)

1) Четность функции (четная, нечетная, общего вида)

2) Периодичность функции

3) Монотонность функции (возрастающая, убывающая, неубывающая, невозрастающая)

4) Ограниченность функции (ограниченная сверху, ограниченная снизу, ограниченная)

Понятие последовательности

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. ***Последовательностью*** *называется перенумерованное множество*
(чисел – числовая последовательность,
функций – функциональная последовательность и т.д.)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. ***Последовательностью*** *называется функция, заданная на множестве натуральных чисел.*

Если область значений последовательности – числовое множество, то последовательность называют ***числовой*** , если область значений – множество функций, то последовательность называют ***функциональной***.

Принято обозначать:

аргумент последовательности: n (или k)

значения функции: x_n, y_n и т.д.

Называют: x_1 – первый член последовательности,

x_2 – второй член последовательности и т.д.

x_n – n-й (общий) член последовательности.

Способы задания последовательностей:

1) явно (т.е. формулой $x_n = f(n)$)

2) рекуррентным соотношением

(т.е. формулой $x_n = F(x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_{n-k})$)

Записывают последовательность:

$\{ x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots \}$ – развернутая запись;

$\{ x_n \}$ – короткая запись (где x_n – общий член)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Числовая последовательность $\{ x_n \}$ называется

- ***ограниченной снизу***, если $\exists a \in \mathbb{R}$ такое, что $a \le x_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$;
- ***ограниченной сверху***, если $\exists b \in \mathbb{R}$ такое, что $x_n \le b$, $\forall n \in \mathbb{N}$;
- ***ограниченной***, если $\exists a, b \in \mathbb{R}$ такие, что $a \le x_n \le b$, $\forall n \in \mathbb{N}$

возрастающей (***неубывающей***), если

$$x_n < x_{n+1} \ (x_n \le x_{n+1}), \ \forall n \in \mathbb{N};$$

- ***убывающей*** (***невозрастающей***), если

$$x_n > x_{n+1} \ (x_n \ge x_{n+1}), \ \forall n \in \mathbb{N};$$

Замечание. Возрастающие, убывающие, невозрастающие, неубывающие последовательности называются ***монотонными***.

Предел последовательности

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Число $a \in \mathbb{R}$ называется пределом последовательности* $\{ x_n \}$ *если* $\forall \varepsilon>0\ \exists N \in \mathbb{N}$ *такое, что*

$$| x_n - a | < \varepsilon ,\ \forall n>N.$$

Записывают:

$$\lim_{n \to \infty} x_n = a, \quad x_n \to a$$

Говорят: последовательность $\{ x_n \}$ сходится (стремиться) к a.

Последовательность, имеющую предел, называют ***сходящейся*** (***сходящейся к*** a)

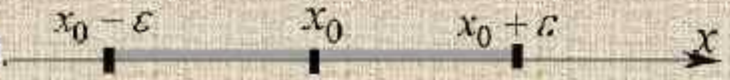
Последовательность, не имеющую предела, называют ***расходящейся***.

Геометрическая интерпретация предела последовательности

Пусть $r \in \mathbb{R}$, $M(r) \in Ox$

$M(r)$ – геометрическая интерпретация числа $r \in \mathbb{R}$.

Пусть $x_0 \in \mathbb{R}$, $\varepsilon > 0$.



Интервал $(x_0 - \varepsilon;\ x_0 + \varepsilon)$ называют ***ε-окрестностью точки*** x_0.

(геометрическое определение ε-окрестности точки)

Будем обозначать: $U(x_0, \varepsilon)$

Имеем: $U(x_0, \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}:\ |x - x_0| < \varepsilon\}$

(алгебраическое определение ε-окрестности точки)

Геометрическая интерпретация предела последовательности : если $\{x_n\} \to a$, то геометрической точки зрения это означает, что в любой ε-окрестности точки a находятся все члены последовательности $\{x_n\}$, за исключением может быть конечного их числа.

$\Rightarrow$ a – точка «сгущения» последовательности $\{x_n\}$.

СВОЙСТВА СХОДЯЩИХСЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

- Две последовательности, отличающиеся на конечное число членов, ведут себя одинаково относительно сходимости.
- Последовательность может иметь не более одного предела
- Если $\{ x_n \} \to a$, то $\{ |x_n| \} \to |a|$.
- Сходящаяся последовательность ограничена

Лекция 1. Функция. Последовательность.

- Понятие функции
- Способы задания функции
- Классификация функций
- Основные характеристики поведения функций
- Понятие последовательности
- Предел последовательности
- Свойства сходящихся последовательностей

Понятие функции

- Функция – от латинского functio – исполнение, осуществление.

Пусть X, Y – множества произвольной природы.

Если $\forall x \in X$ поставлен в соответствие ***единственный*** *элемент $y \in Y$, то говорят, что на множестве X задана* ***функция*** *(**отображение**) с множеством значений Y.*

Записывают: $f: X \to Y$, $y = f(x)$
(где f – закон, осуществляющий соответствие)

Называют: X – область (множество) определения функции
x $(x \in X)$ – аргумент (независимая переменная)
Y – область (множество) значений
y $(y \in Y)$ – зависимая переменная (функция)

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

1) словесный;
2) аналитический:

Пример . Функция Филлипса. Как и любая цена, цена труда зависит от конъюнктуры рынка. Когда на рынке труда имеет место дефицит, то рабочие могут рассчитывать на большую зарплату, и наоборот, в период существования конъюнктурной безработицы рабочим будут платить меньше.

В 1958 году профессор Лондонской школы экономики Филлипс опубликовал результаты своих исследований взаимозависимости между уровнем безработицы и изменением денежной ставки зарплаты в Великобритании в период с 1861 по 1957 г. Для первых 52 лет (1861-1913) эта зависимость выражалась уравнением

$$y = -0{,}9 + 9{,}638 \cdot x^{-1{,}394}$$

где y — годовой темп прироста ставки заработной платы (в процентах), x — общий уровень безработицы (в процентах).

а) явное задание (т.е. формулой $y = f(x)$)

б) неявное задание (т.е. с помощью уравнения $F(x, y)=0$).

Например $x^2 + 3y = 0$

3) табличный;

Пример. Рост числа научных изданий. Рост числа научных изданий y, начиная с 1750 г. с интервалом в 50 лет, в зависимости от года x, выглядит (округленно) следующим обра-зом

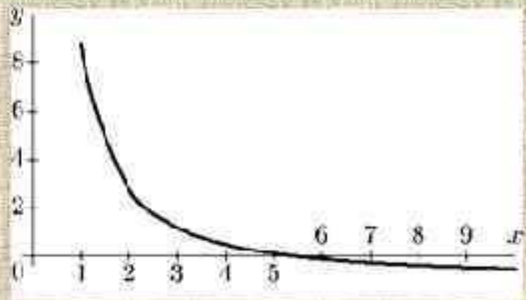
x	1750 г.	1800 г.	1850 г.	1900 г.	1950 г.
y	10	100	1 000	10 000	100 000

4) графический;

Графиком функции *$y = f(x)$ называется геометрическое место точек плоскости с координатами $(x; f(x))$.*

График функции $y = f(x)$ будем также называть «кривой $y = f(x)$».

Пример . Кривая Филлипса.



Сложная функция – функция от функции. Если z – функция от y, т.е. $z(y)$, а y, в свою очередь, – функция от x, т.е. $y(x)$, то функция $f(x) = z(y(x))$ называется ***сложной функцией*** (или *композицией*, или *суперпозицией функций*) от x.

В такой функции ***x – независимая***, а ***y – промежуточная*** *переменная*. При этом сложная функция определена для тех значений независимой переменной, для которых значения промежуточной функции y входят в область определения функции $z(y)$.

Например, рассмотрим функцию: $y = \sin^2(2x)$.

Фактически эта запись означает следующую цепочку функциональных преобразований:

$$u = 2x \;\text{-->}\; v = \sin u \;\text{-->}\; y = v^2 ,$$

что может быть записано в общем виде с помощью символов функциональных зависимостей:

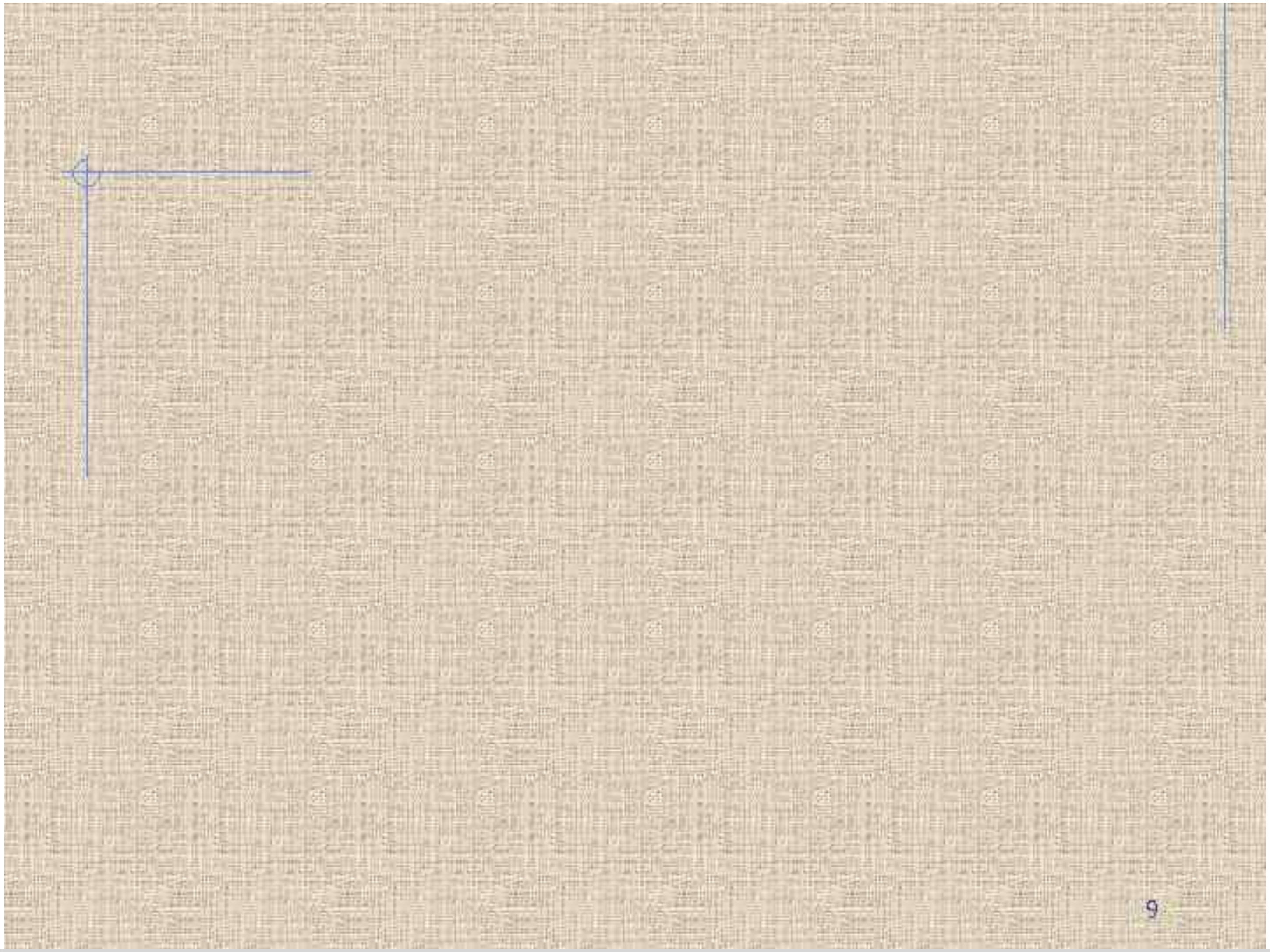
$$y = f(\, v[\, u(\, x\,)\,]\,).$$

Классификация функций

Элементарной функцией *называется функция, которая может быть задана одной формулой $y = f(x)$, где $f(x)$ – выражение, составленное из основных элементарных функций и действительных чисел с помощью конечного числа операций сложения, вычитания, умножения, деления и взятия функции от функции.*

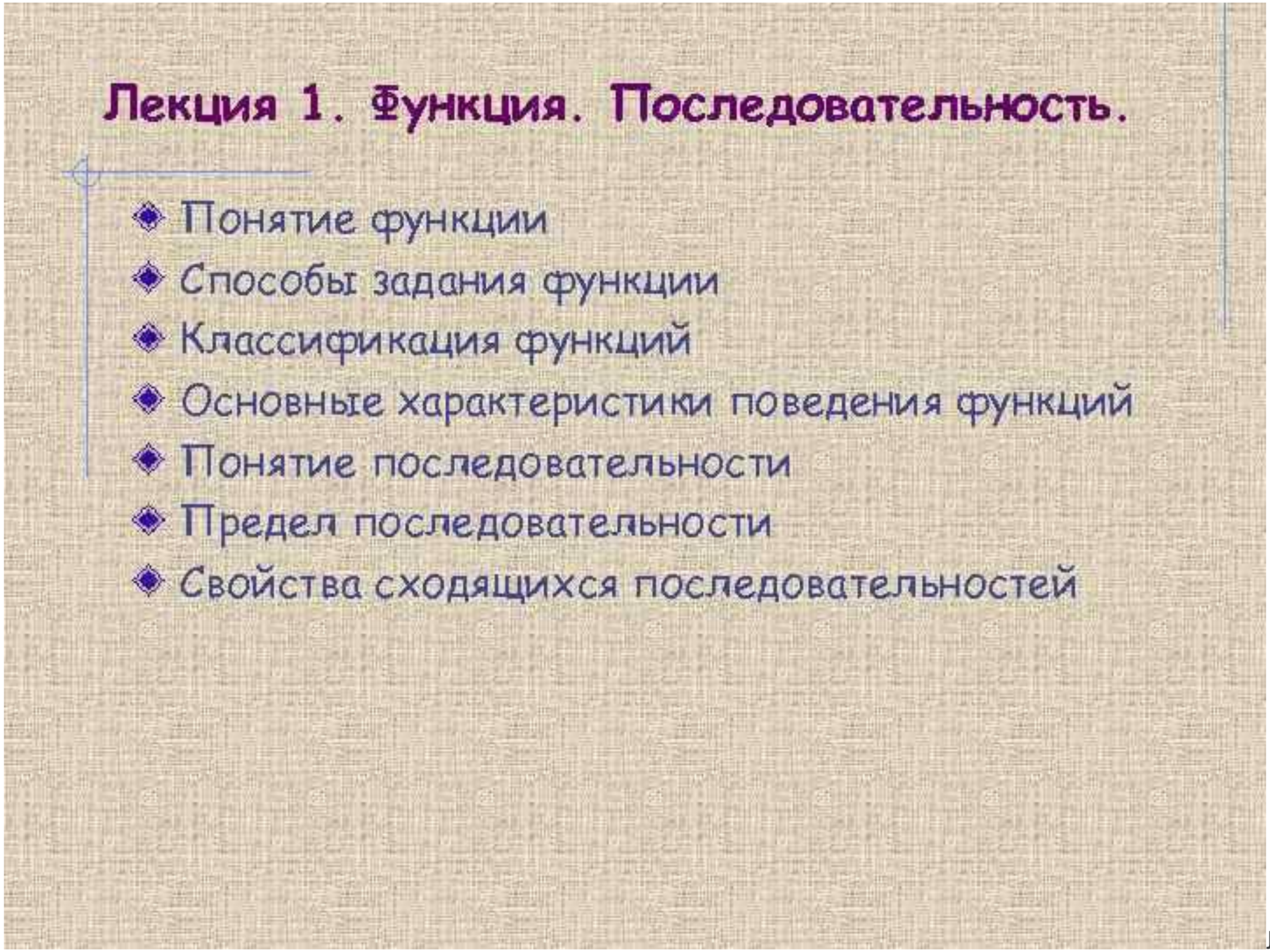
ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ:

1) степенные: $y = x^r$ $(r \in \mathbb{R})$
2) показательные: $y = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$
3) логарифмические: $y = \log_a x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$
4) тригонометрические: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\,x$, $y = \mathrm{ctg}\,x$
5) обратные тригонометрические: $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \mathrm{arctg}\,x$, $y = \mathrm{arcctg}\,x$



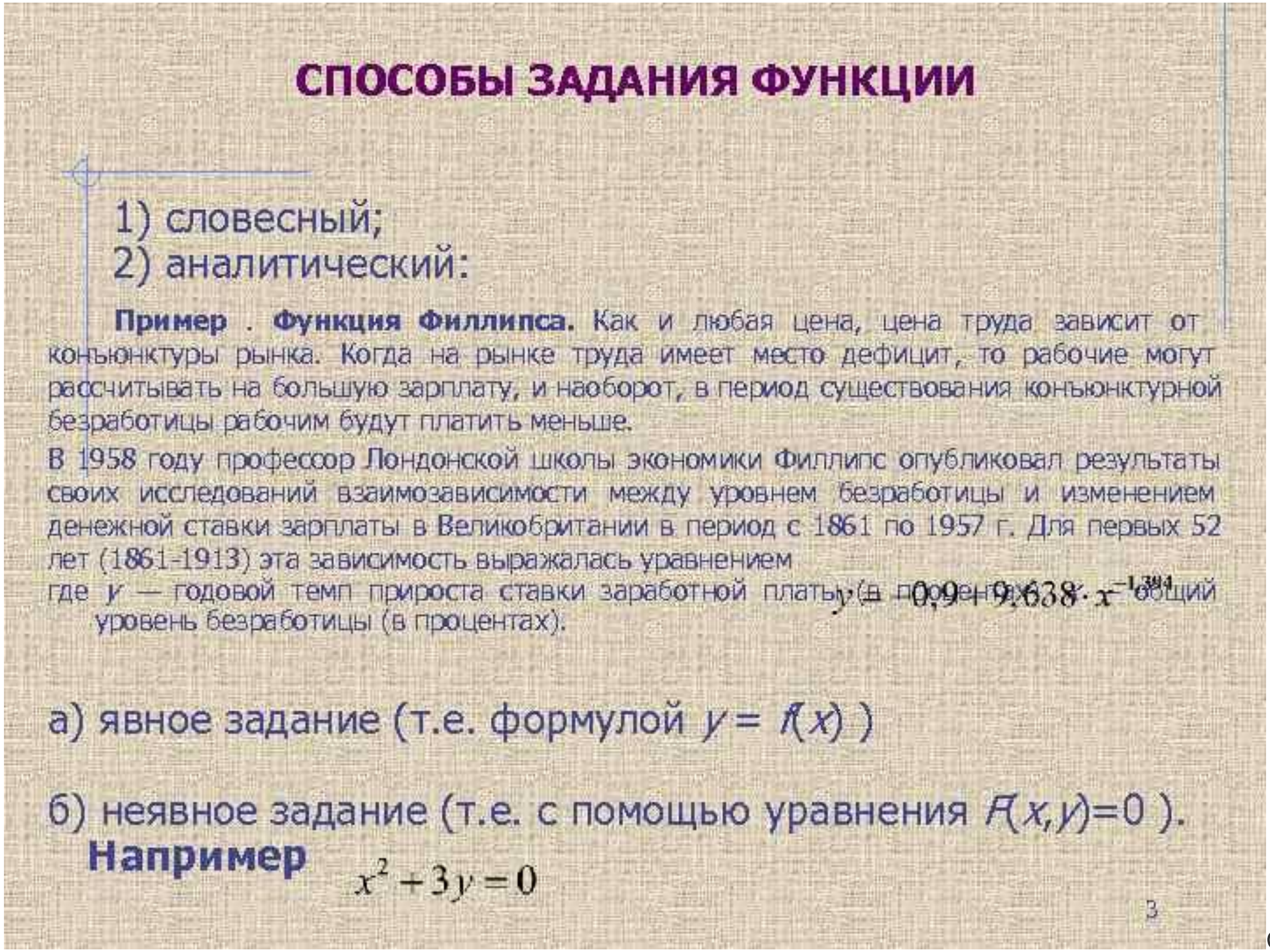
Лекция 1. функция последовательность.ppt

- Количество слайдов: 17



Лекция 1. Функция. Последовательность. Понятие функции Способы задания функции Классификация функций Основные характеристики поведения функций Понятие последовательности Предел последовательности Свойства сходящихся последовательностей

Понятие функции Функция – от латин
ского functio – исполнение, осуществление. Пусть X, Y – множества произвольной природы. Если x X поставлен в соответствие единственный эле
мент y Y , то говорят, что на множестве X задана функция (отображение) с множеством значений Y. Записывают: f: X Y, y = f(x) (где f – закон, осущ
ествляющий соответствие) Называют: X – область (множество) определения функции x (x X) – аргумент (независимая переменная) Y – область (м
ножество) значений y (y Y) – зависимая переменная (функция) 2



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ 1) словесный; 2) аналитический: Пример. Функция Филлипса. Как и любая цена, цена труда зависит от конъюнктуры рынка. Когда на рынке труда имеет место дефицит, то рабочие могут рассчитывать на большую зарплату, и наоборот, в период существования конъюнктурной безработицы рабочим будут платить меньше. В 1958 году профессор Лондонской школы экономики Филлипс опубликовал результаты своих исследований взаимозависимости между уровнем безработицы и изменением денежной ставки зарплаты в Великобритании в период с 1861 по 1957 г. Для первых 52 лет (1861 1913) эта зависимость выражалась уравнением где у — годовой темп прироста ставки заработной платы (в процентах), х — общий уровень безработицы (в процентах). а) явное задание (т. е. формулой у = f(x)) б) неявное задание (т. е. с помощью уравнения F(x, y)=0). Например 3

3) табличный;

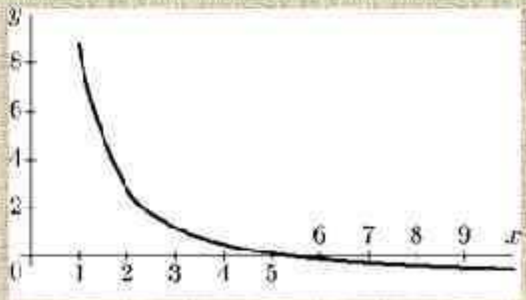
Пример. Рост числа научных изданий. Рост числа научных изданий y, начиная с 1750 г. с интервалом в 50 лет, в зависимости от года x, выглядит (округленно) следующим обра-зом

x	1750 г.	1800 г.	1850 г.	1900 г.	1950 г.
y	10	100	1 000	10 000	100 000

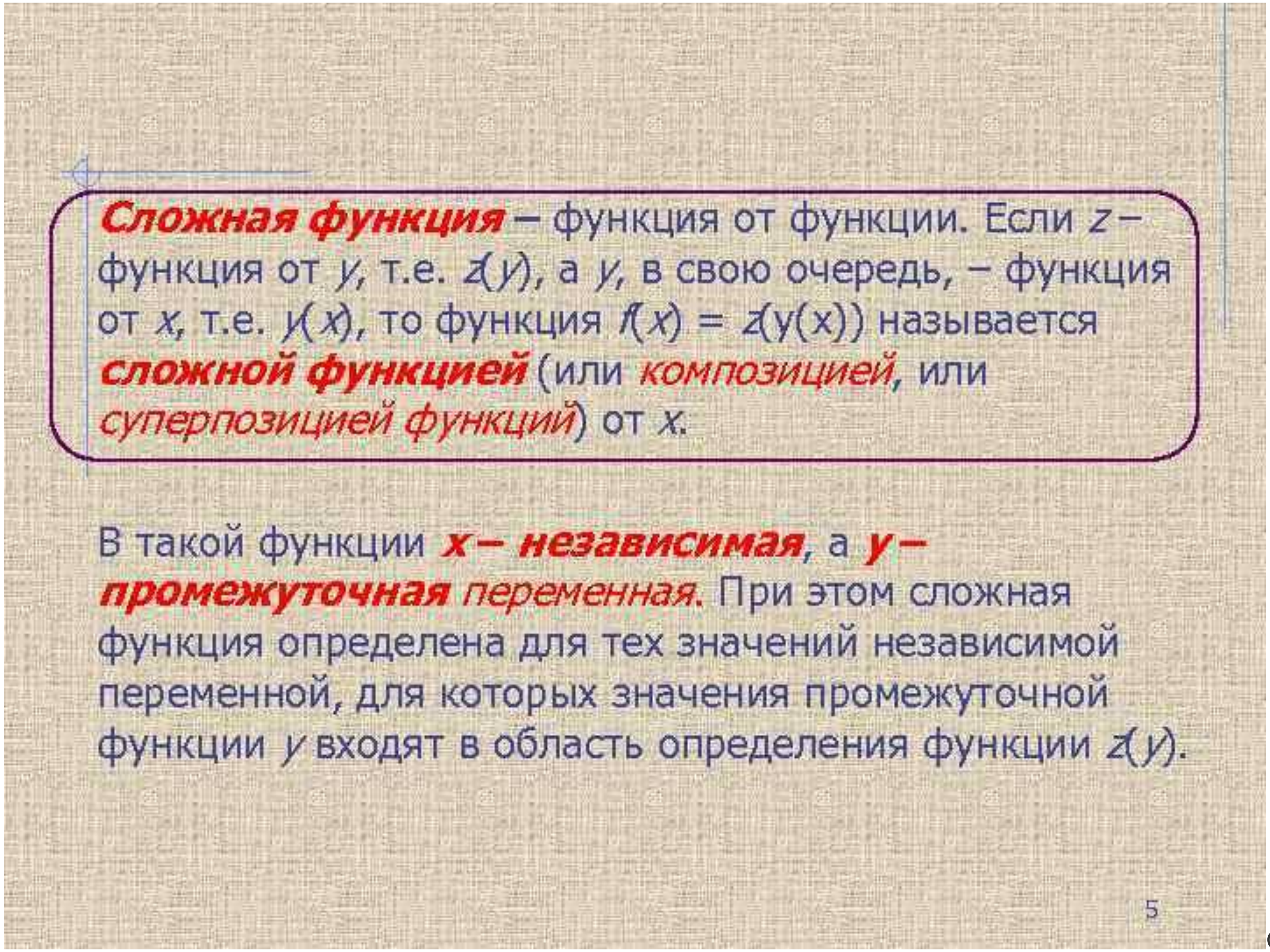
4) графический;

Графиком функции *$y = f(x)$ называется геометрическое место точек плоскости с координатами $(x; f(x))$.*
График функции $y = f(x)$ будем также называть «кривой $y = f(x)$».

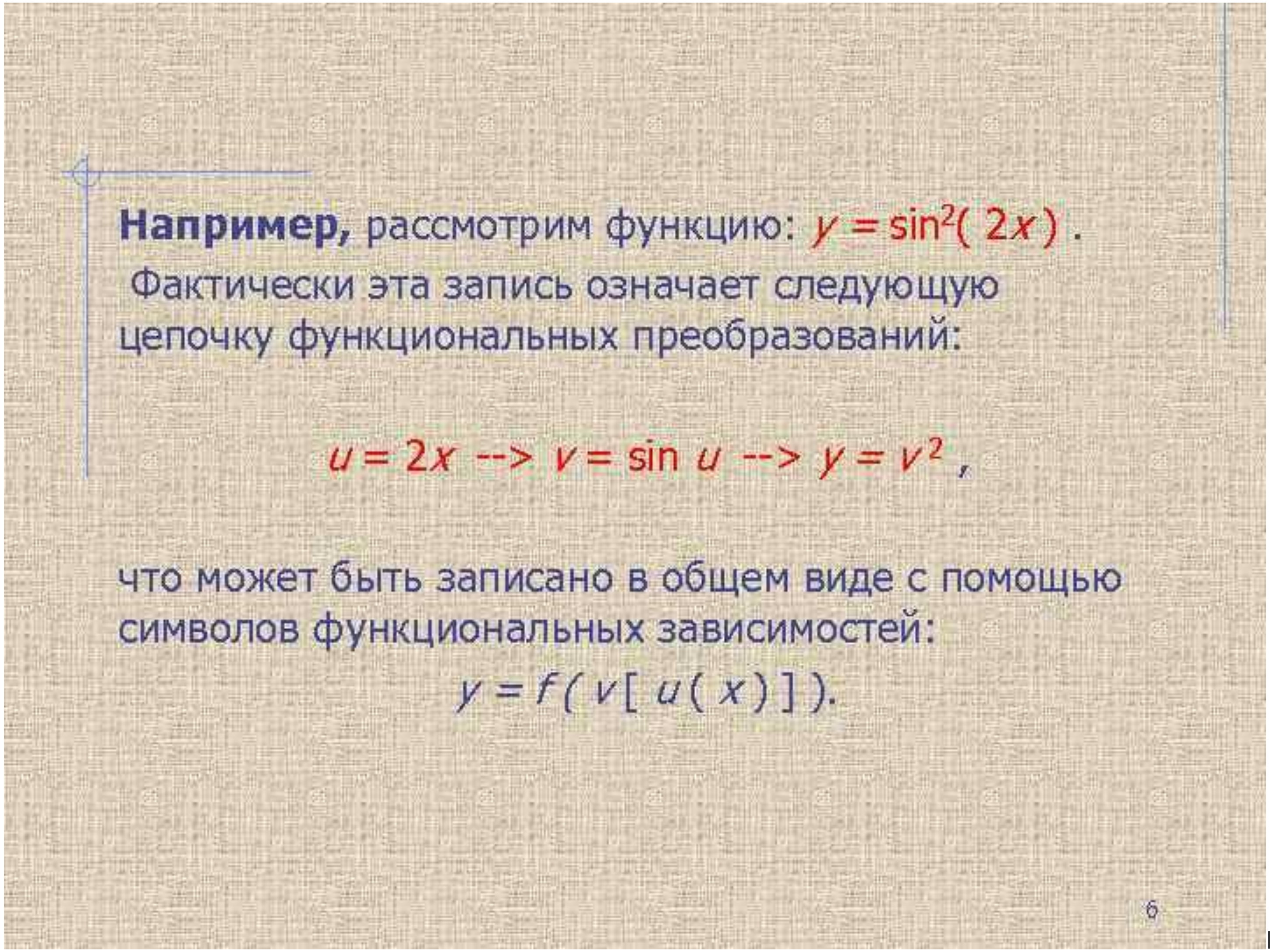
Пример . Кривая Филлипса.



3) табличный; Пример. Рост числа на учных изданий y , начиная с 1750 г. с интервалом в 50 лет, в зависимости от года x , выглядит (округленно) следующим обра зом x 1750 г. 1800 г. 1 850 г. 1900 г. 1950 г. y 10 100 1 000 10 000 100 000 4) графический; Графиком функции y = f (x) называется геометрическое место точек плоскости с координатами (x; f(x)). График функции y = f(x) будем также называть «кривой y = f(x)» . Пример. Кривая Филлипса. 4



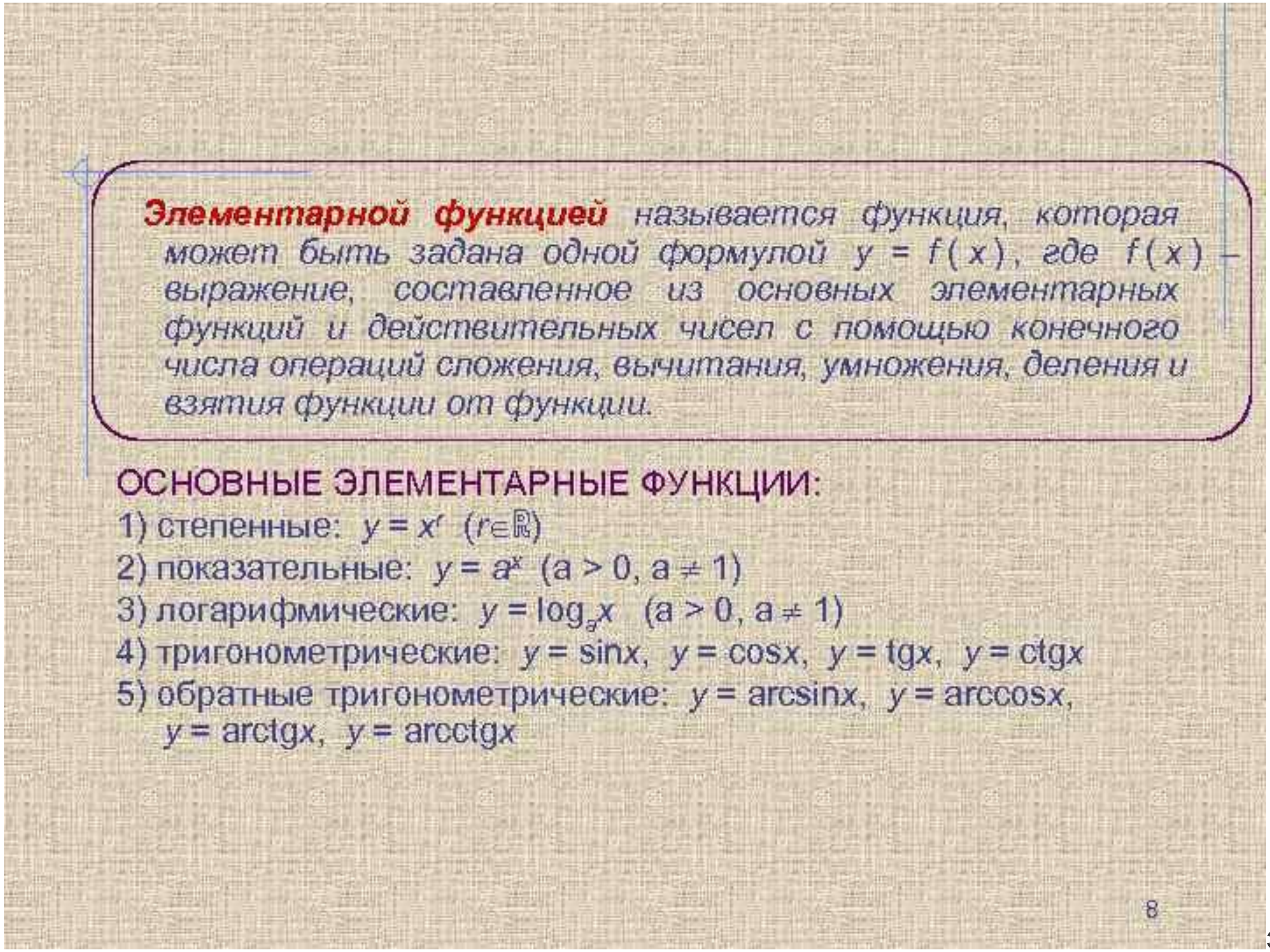
Сложная функция – функция от функции. Если z – функция от y, т. е. z(y), а y, в свою очередь, – функция от x, т. е. y(x), то функция f(x) = z(y(x)) называется сложной функцией (или композицией, или суперпозицией функций) от x. В такой функции x – независимая, а y – промежуточная переменная. При этом сложная функция определена для тех значений независимой переменной, для которых значения промежуточной функции y входят в область определения функции z(y).



Например, рассмотрим функцию: y = sin 2(2 x). Фактически эта запись означает следующую цепочку функциональных преобразований: u = 2 x > v = sin u > y = v 2 , что может быть запи сано в общем виде с помощью символов функциональных зависимостей: y = f (v [u (x)]). 6

Классификация функций

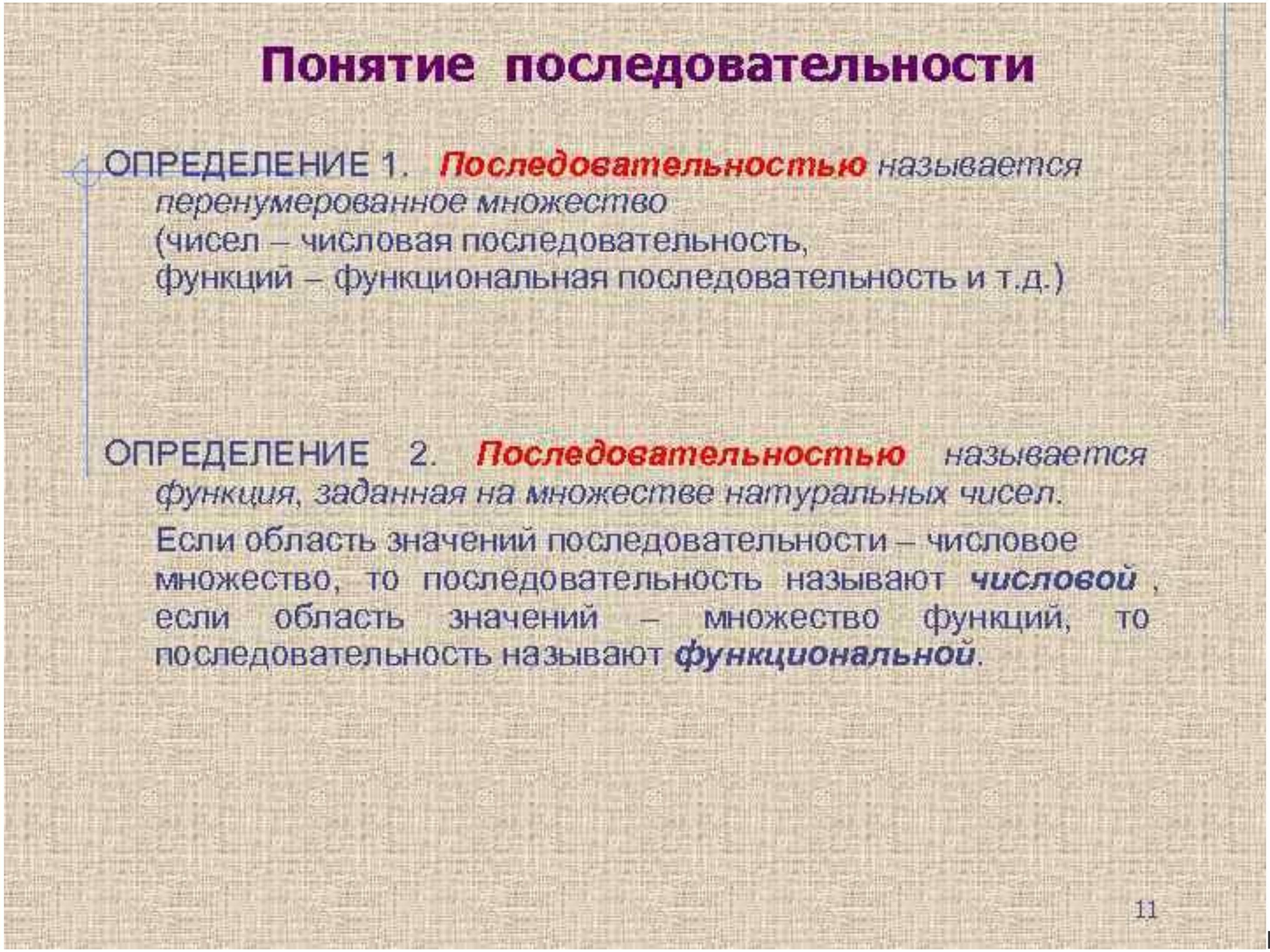
Классификация функций 7



Элементарной функцией называется функция, которая может быть задана одной формулой y = f (x) , где f (x) – выражение, составленное из основных элементарных функций и действительных чисел с помощью конечного числа операций сложения, вычитания, умножения, деления и взятия функции от функции. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ: 1) степенные: y = xr (r ℝ) 2) показательные: y = ax (a > 0, a 1) 3) логарифмические: y = logax (a > 0, a 1) 4) тригонометрические: y = sinx, y = cosx, y = tgx, y = ctgx 5) обратные тригонометрические: y = arcsinx, y = arccosx, y = arctgx, y = arcctgx 8

9

Основные характеристики поведения функции (самостоятельно) 1) Четность функции (четная, нечетная, общего вида) 2) Периодичность функции 3) Монотонность функции (возрастающая, убывающая, невозрастающая) 4) Ограниченность функции (ограниченная сверху, ограниченная снизу, ограниченная) 10



Понятие последовательности ОПРЕД ЕЛЕНИЕ 1. Последовательностью называется перенумерованное множество (чисел – числовая последовательность, функций – функциональная последовательность и т. д.) ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Последовательностью называется функция, заданная на множестве натуральных чисел. Если обл асть значений последовательности – числовое множество, то последовательность называют числовой , если область значений – множество функ ций, то последовательность называют функциональной. 11

Принято обозначать:

аргумент последовательности: n (или k)

значения функции: x_n, y_n и т.д.

Называют: x_1 – первый член последовательности,

x_2 – второй член последовательности и т.д.

x_n – n-й (общий) член последовательности.

Способы задания последовательностей:

1) явно (т.е. формулой $x_n = f(n)$)

2) рекуррентным соотношением

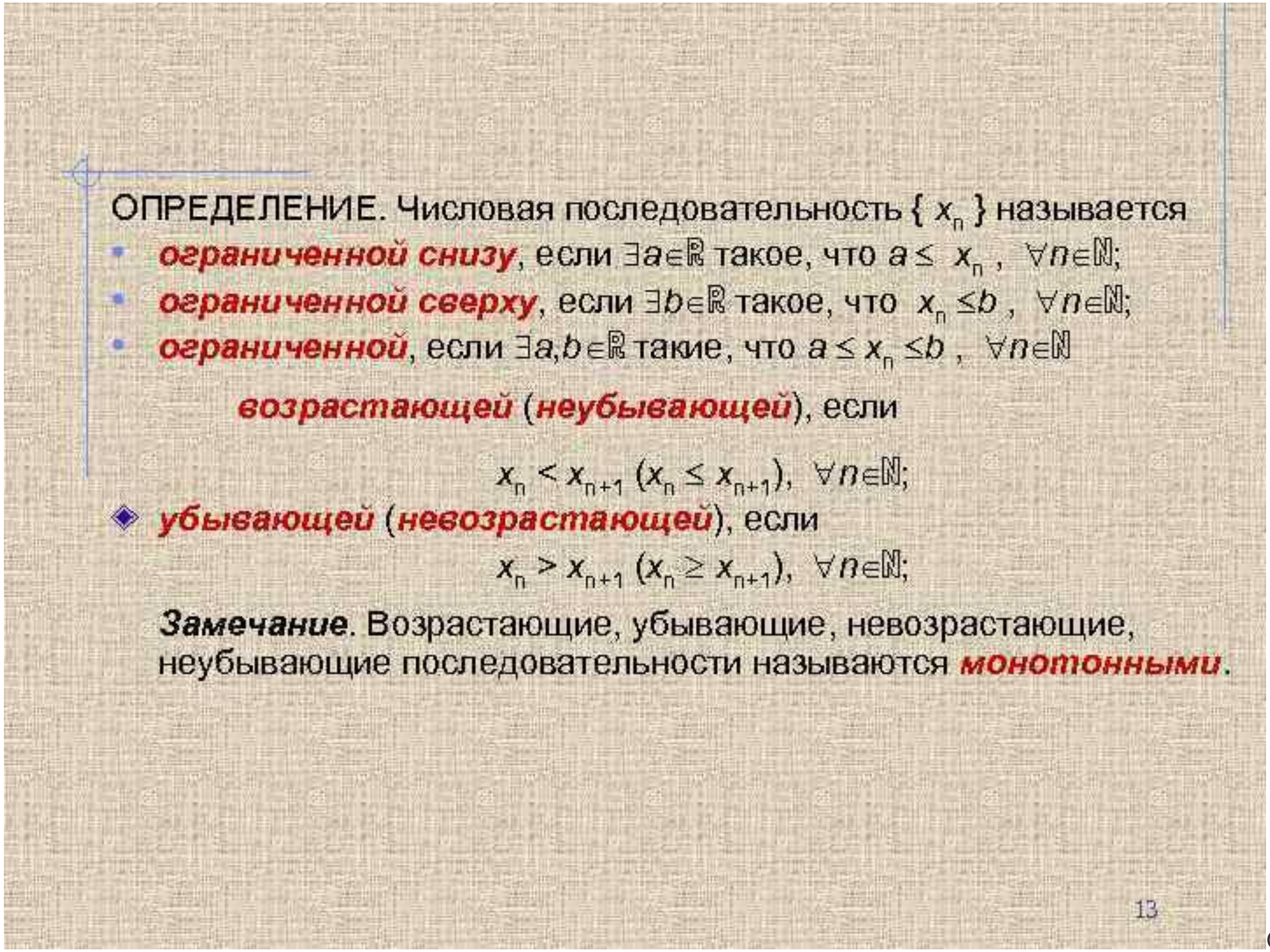
(т.е. формулой $x_n = F(x_{n-1}, x_{n-2},\dots, x_{n-k})$)

Записывают последовательность:

$\{ x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$ – развернутая запись;

$\{ x_n \}$ – короткая запись (где x_n – общий член)

Принято обозначать: аргумент последовательности: n (или k) значения функции: xn, yn и т. д. Называют: x 1 – первый член последовательности, x 2 – второй член последовательности и т. д. xn – n-й (общий) член последовательности. Способы задания последовательностей: 1) явно (т. е. формулой xn = f(n)) 2) рекуррентным соотношением (т. е. формулой xn = F(xn-1, xn-2, …, xn-k)) Записывают последовательность: { x 1, x 2, …, xn, …} – развернутая запись; { xn } – короткая запись (где xn – общий член) 12



ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Числовая последовательность { xn } называется • ограниченной снизу, если a ℝ такое, что a xn , n ℕ; • ограниченной сверху, если b ℝ такое, что xn b , n ℕ; • ограниченной, если a, b ℝ такие, что a xn b , n ℕ возрастающей (неубывающей), если xn < xn+1 (xn xn+1), n ℕ; убывающей (невозрастающей), если xn > xn+1 (xn xn+1), n ℕ; Замечание. Возрастающие, убывающие, невозрастающие, неубывающие последовательности называются монотонными. 13

Предел последовательности

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Число $a \in \mathbb{R}$ называется* *пределом последовательности* $\{ x_n \}$ *если* $\forall \varepsilon>0$ $\exists N \in \mathbb{N}$ *такое, что*

$$| x_n - a | < \varepsilon , \quad \forall n>N.$$

Записывают:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a, \quad x_n \to a$$

Говорят: последовательность $\{ x_n \}$ сходится (стремиться) к a.

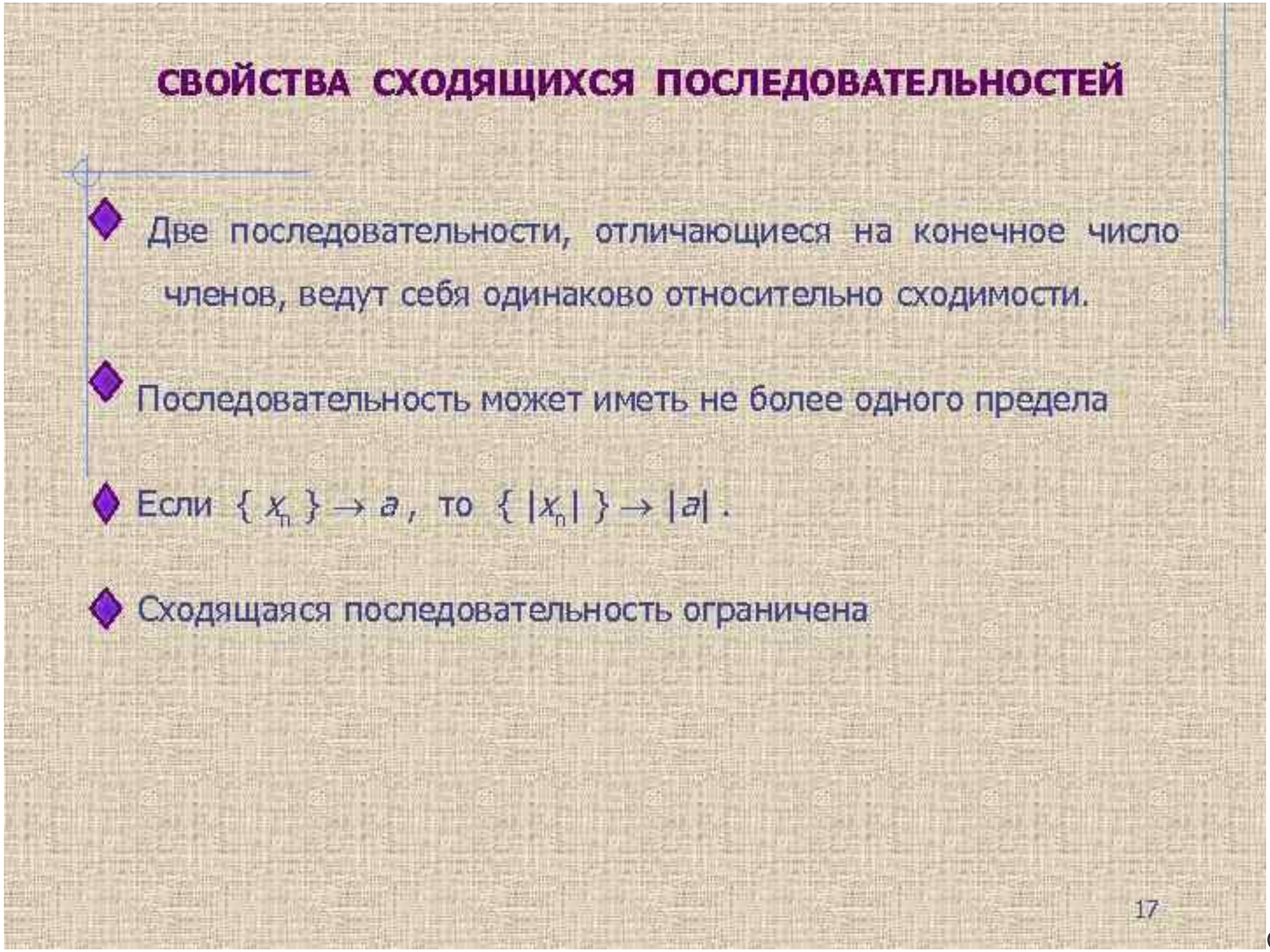
Последовательность, имеющую предел, называют ***сходящейся*** (***сходящейся к*** a)

Последовательность, не имеющую предела, называют ***расходящейся***.

Предел последовательности ОПРЕД ЕЛЕНИЕ. Число a ℝ называется пределом последовательности { xn } если >0 N ℕ такое, что | xn – a | < , n>N. Записывают: Говорят: последователь ность { xn } сходится (стремиться) к a. Последовательность, имеющую предел, называют сходящейся (сходящейся к a) Последовательность, не им еющую предела, называют расходящейся. 14

Геометрическая интерпретация пред ела последовательности Пусть r ℝ, M(r) Ox M(r) – геометрическая интерпретация числа r ℝ. Пусть x 0 ℝ, >0. Интервал (x 0 – ; x 0 +) называют окре стностью точки x 0. (геометрическое определение окрестности точки) Будем обозначать: U(x 0,) Имеем: U(x 0,) = {x ℝ: |x – x 0| < } (алгебраическое определение окрестности точки) 15

Геометрическая интерпретация пред ела последовательности : если { x n } a , то геометрической точки зрения это означает, что в любой окрестности точки a находятся все члены посл едовательности { x n }, за исключением может быть конечного их числа. a – точка «сгущения» последовательности { xn }. 16



СВОЙСТВА СХОДЯЩИХСЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ Две последовательности, отличающиеся на конечное число членов, ведут себя одинаково относительно сходимости. Последовательность может иметь не более одного предела Если { xn } a , то { |xn| } |a|. Сходящаяся последовательность ограничена 17