

Глава 1. Элементы комбинаторики Материалы для изучения темы «Элементы комбинаторики» содержат:

- краткую теоретическую справку с выводами основных формул и их иллюстрациями;
- примеры применения формул с решениями;
- контрольные вопросы, содержащие проверочные задания на знание теории и применения ее для решения задач с ответами;
- разноуровневые тесты (пять уровней) с ответами для проверки и коррекции знаний;

1. Общие правила комбинаторики

Определение: Комбинаторикой называется раздел математики, изучающий способы подсчета всевозможных комбинаций из некоторых элементов (объектов), составленных по определенным правилам. Термин «комбинаторика» происходит от латинского слова «combina», что в переводе означает «сочетать», «соединять».

Правило произведения: Если объект А может быть выбран m различными способами, причем после каждого такого выбора объект В можно выбрать n различными способами, то выбор «сначала А, а потом В» можно осуществить $m \cdot n$ способами.

Пример 1. Сколькими способами можно выбрать пару (открытку и конверт) из 4 конвертов и из 5 открыток?

Решение. Конверт может быть выбран 4 способами, после каждого выбора конверта к нему можно выбрать открытку 5. Белый Ветер. Правообладатель ИД «Белый Ветер» 5 способами, следовательно, по правилу произведения открытку в конверте можно выбрать $4 \cdot 5 = 20$ способами.

Ответ: 20 способами.

Обобщение правила произведения: Если объект A_1 может быть выбран m_1 различными способами, причем после каждого выбора объекта A_1 объект A_2 может быть выбран m_2 различными способами, причем после каждого выбора объектов $A_1, A_2, \dots, A_{k-1}$ объект A_k может быть выбран m_k различными способами, то выбор «сначала A_1 , потом $A_2, A_3, \dots, A_{k-1}, A_k$ » можно осуществить $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ способами.

Пример 2. Сколькими способами можно выбрать комплект из пары перчаток, шляпы и зонтика, если имеется 5 видов перчаток, 7 видов шляп и 10 видов зонтиков?

Решение. Перчатки могут быть выбраны 5 способами, после каждого выбора перчаток к ним можно выбрать шляпу 7 способами, после каждого выбора перчаток и шляпы можно выбрать зонтик 10 способами, следовательно, по правилу произведения набор из перчаток, шляпы и зонтика можно выбрать $5 \cdot 7 \cdot 10 = 350$ способами.

Ответ: 350 способами.

Правило суммы: Если объект А может быть выбран m различными способами, а другой объект В можно выбрать n различными способами, причем ни один из способов выбора объекта А не совпадает ни с одним из способов выбора объекта В, то выбор «либо А, либо В» можно осуществить $m + n$ способами.

Замечание (правило суммы 2):

Если некоторые способы выбора объектов А и В совпадают и число совпадений равно k , то общее число различных способов выбора либо объекта А, либо В равно $m + n - k$.

Пример 3. Сколькими способами можно выбрать одну книгу из 3 детективов, 5 романов и 7 фэнтези?

Решение. По правилу сложения одну книгу можно выбрать $3 + 5 + 7 = 15$ способами.

Ответ: 15 способами. Белый Ветер Правообладатель ИД «Белый Ветер» 6

Пример 4. В классе из 25 школьников 15 человек занимаются теннисом, 13 — туризмом, 8 — теннисом и туризмом. Остальные — плаванием.

Сколько человек занимается плаванием?

Решение. По правилу сложения всего количество школьников, занимающихся туризмом или теннисом, равно $15 + 13 - 8 = 20$. Поскольку в классе 25 человек, то $25 - 20 = 5$ школьников занимаются плаванием.

Ответ: 5 человек.

Контрольные вопросы

1. Вставьте пропущенное слово: «Если объект А может быть выбран k различными способами, причем после каждого такого выбора объект В можно выбрать p различными способами, то выбор “сначала А, а потом В” можно осуществить ... способами». а) $p \cdot k +$; б) $p \cdot k -$; в) $k \cdot p$; г) $p \cdot k$.

2. Вставьте пропущенное слово: «Если объект А может быть выбран k различными способами, а другой объект В можно выбрать p различными способами, причем ни один из способов выбора объекта А не совпадает ни с одним из способов выбора объекта В, то выбор “либо А, либо В” можно осуществить ... способами». а) $p \cdot k +$; б) $p \cdot k -$; в) $p \cdot k$; г) $p \cdot k$.

3. Вставьте пропущенное слово: «Если некоторые способы выбора объектов А (p способов) и В (k способов) совпадают и число совпадений равно d , то общее число различных способов выбора либо объекта А, либо В равно...». а) $p \cdot k + d$; в) $p \cdot k + d$; б) $p \cdot k - d$; г) $p \cdot k + d$.

4. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4? а) 8; б) 4; в) 16; г) 256.

5. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4? а) 12; б) 24; в) 81; г) 64.

6. Сколько различных наборов из трех блюд можно составить, если меню представляет 2 первых, 6 вторых и 7 третьих блюд? а) 14; б) 28; в) 42; г) 84.

Сколькими способами можно выбрать согласную и гласную из слова «ремонт»? а) 6; б) 8; в) 16; г) 64.

8. Сколькими способами можно выбрать различные пары из согласной и гласной из слова «комбинаторика»? а) 14; б) 9; в) 42; г) 18.

9. Сколькими способами можно оклеить две комнаты обоями, если есть три различных вида обоев (комнаты могут быть оклеены одинаковыми обоями)? а) 6; б) 3; в) 9; г) 8.

10. Сколькими способами можно оклеить две комнаты обоями, если есть три различных вида обоев (комнаты не могут быть оклеены одинаковыми обоями)? а) 6; б) 3; в) 9; г) 8.

11. В классе из 20 школьников 12 человек занимаются шахматами, 13 — футболом, 8 — шахматами и футболом. Остальные — дзюдо. Сколько человек занимается дзюдо? а) 13; б) 3; в) 5; г) 8.

12. Несколько человек на международной конференции из 300 участников знают китайский язык. Из всех остальных Белый Ветер Правообладатель ИД «Белый Ветер» 8 100 знают английский и французский, 150 — английский и русский, 25 — русский, французский и английский. Сколько участников знают китайский язык? а)

75; б) 125; в) 25; г) 50. Ответ: а. 13. Сколько чисел среди первых 50 натуральных чисел делятся на 2 или на 3? а) 41; б) 43; в) 33; г) 50.

14. Сколько чисел среди первых 50 натуральных чисел не делятся ни на 2, ни на 3? а) 41; б) 9; в) 6; г) 17.

15. Сколько чисел среди первых 100 натуральных чисел не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5? а) 26; б) 52; в) 34; г) 68.

Разноуровневые тесты

Уровень 1

1. Сколькими способами можно выбрать один цветок из 5 роз и 9 гвоздик различных цветов?

Эту задачу можно решить с помощью:

- а) правила произведения;
- б) правила суммы;
- в) обобщенного правила суммы 2;
- г) двух правил — произведения и суммы.

2. Сколькими способами можно выбрать одну розу и одну гвоздику из 5 роз и 9 гвоздик различных цветов?

Эту задачу можно решить с помощью:

- а) правила произведения;
- б) правила суммы;
- в) обобщенного правила суммы 2;
- г) двух правил — произведения и суммы.

3. В классе 25 человек, 15 из них занимаются спортом, а 13 человек занимаются музыкой. Сколькими способами можно выбрать спортсмена на соревнование, если в это же время проходит музыкальный конкурс?

4. Эту задачу можно решить с помощью:

- 5. а) правила произведения;
- 6. б) правила суммы;
- 7. в) обобщенного правила суммы 2;
- 8. г) двух правил — произведения и суммы.

Уровень 2

1. Сколькими способами можно выбрать один напиток, если предлагаются 3 цитрусовых и 7 ягодных напитков?

а) 10; б) 21; в) 4; г) 49.

2. Сколькими способами можно выбрать один цитрусовый и один ягодный напиток, если предлагается 3 цитрусовых и 7 ягодных напитков?

а) 10; б) 21; в) 4; г) 49.

3. В классе 15 учащихся занимаются спортом, 11 — музыкой, 4 — спортом и музыкой. Сколько человек в классе, если три человека в классе не занимаются ни спортом, ни музыкой?

а) 27; б) 30; в) 25; г) 26.

Уровень 3

1. Сколько натуральных чисел среди первых 100, которые делятся или на 5, или на 6?

а) 26; б) 33; в) 42; г) 37.

2. Сколько чисел среди первых 100, которые делятся и на 5, и на 6?
а) 6; б) 3; в) 5; г) 30.
3. Сколькими способами можно выбрать набор из трех разных ручек, если есть 4 вида шариковых, 5 видов капиллярных и 3 вида гелевых?
а) 60; б) 3; в) 12; г) 30.

Уровень 4

1. Из 12 яблок и 10 груш выбирается один фрукт, а затем из оставшихся фруктов выбирается еще один фрукт. Сколькими способами это можно сделать?
а) 462; б) 121; в) 126; г) 218.
2. Сколькими способами можно составить код, содержащий одну из букв а, б, с, d и одну из цифр 1, 2, 3, 4, 5?
а) 20; б) 9; в) 625; г) 40.

.

3. Сколько «слов» длины 4 можно составить из 33 букв русского алфавита?
а) 4 33; б) 33 32 31 30 ... ; в) 4 32 ; г) 132.

Уровень 5

1. Сколько неудачных попыток можно сделать, открывая замок, код которого состоит из трех различных цифр?
а) 720; б) 719; в) 17; г) 999.
2. Сколькими способами можно составить команду от класса из трех учеников на соревнование по трем различным видам спорта, если в классе 21 человек?
а) 60; б) 7980; в) 499; г) 4990.

.

3. Сколько «слов» длины 4 можно составить из 33 букв русского алфавита так, чтобы любые две соседние буквы не были одинаковыми?
а) 4 33 ; б) 33 32 31 30 ... ; в) 33 32 32 32 ... ; г) 132.