

Добрый день,

Работы сдать -22.01.21г.по эл.почте.

http://mathprofi.ru/kompleksnye_chisla_dlya_chainikov.html

Пример 1: Решение:

$$z_1 + z_2 = 5 + 2i + 2 - 5i = 7 - 3i$$

$$z_1 - z_2 = 5 + 2i - (2 - 5i) = 5 + 2i - 2 + 5i = 3 + 7i$$

$$z_1 \cdot z_2 = (5 + 2i) \cdot (2 - 5i) = 10 + 4i - 25i + 10 = 20 - 21i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{5 + 2i}{2 - 5i} = \frac{(5 + 2i)(2 + 5i)}{(2 - 5i)(2 + 5i)} = \frac{10 + 4i + 25i - 10}{4 + 25} = \frac{29i}{29} = i$$

Пример 2: Решение:

Представим в тригонометрической форме число $z_1 = 3 + \sqrt{3}i$. Найдем его модуль и аргумент. $|z_1| = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

Поскольку $a > 0$ (случай 1), то $\arg z_1 = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{6}$. Таким

образом: $z_1 = 2\sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ – число z_1 в тригонометрической форме.

Представим в тригонометрической форме число $z_3 = -2 - 2i$. Найдем его модуль и аргумент. $|z_3| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Поскольку $a < 0, b < 0$ (случай 3),

то $\arg z_3 = -\pi + \operatorname{arctg} \frac{b}{a} = -\pi + \operatorname{arctg} \frac{-2}{-2} = -\pi + \operatorname{arctg} 1 = -\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$. Таким

образом: $z_3 = 2\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$ – число z_3 в тригонометрической форме.

Пример 3: Решение: Представим число в тригонометрической

форме: $z = 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$ (это число z_4 Примера 8). Используем

формулу Муавра $z^n = |z|^n \cdot (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$:

$$\begin{aligned} z^{30} &= 2^{30} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \cdot 30 \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \cdot 30 \right) \right) = 2^{30} (\cos(-10\pi) + i \sin(-10\pi)) = \\ &= 2^{30} (\cos 0 + i \sin 0) = 2^{30} (1 + i \cdot 0) = 2^{30} \end{aligned}$$

Пример 4: Решение:

$$(-2i)^7 = (-2)^7 \cdot i^7 = -128 \cdot i \cdot i^6 = -128i \cdot (i^2)^3 = -128i \cdot (-1)^3 = 128i$$

$$\left(\frac{i}{2}\right)^8 = \frac{i^8}{2^8} = \frac{(i^2)^4}{256} = \frac{(-1)^4}{256} = \frac{1}{256}$$

Пример 5: Решение:

$$4z^2 = -1$$

$$z^2 = -\frac{1}{4}$$

$$z_1 = -\frac{i}{2}, \quad z_2 = \frac{i}{2}$$

Разложим квадратный двучлен на множители:

$$4z^2 + 1 = 4\left(z + \frac{i}{2}\right)\left(z - \frac{i}{2}\right) = (2z + i)(2z - i)$$