

[https://mipt.ru/education/chair/mathematics/study/methods/%D0%A7%D0%A5%D0%A1%D0%92_%D0%A1%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0\(2\).pdf](https://mipt.ru/education/chair/mathematics/study/methods/%D0%A7%D0%A5%D0%A1%D0%92_%D0%A1%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0(2).pdf)

https://mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/Prikladnoy_matem/teaching-materials/lectures-teachers/kagan/13-01-Kagan-2.pdf

Числовые характеристики дискретных случайных величин

Математическим ожиданием $M(X)$ случайной величины X называется число, равное сумме произведений всех ее возможных значений на соответствующие вероятности:

$$M(X) = \sum_k x_k p_k \quad (8.1)$$

где p_k – вероятность того, что величина X примет значение x_k . Если число возможных значений СВ бесконечно, то ряд в (8.1) должен сходиться абсолютно.

Свойства математического ожидания

1) Математическое ожидание постоянной есть постоянная:

$$M(c) = c.$$

2) Постоянный множитель можно вынести за знак математического ожидания:

$$M(cx) = cM(x).$$

3) Математическое ожидание суммы (разности) равно сумме (разности) математических ожиданий слагаемых:

$$M(x + y) = M(x) + M(y);$$

$$M(x - y) = M(x) - M(y);$$

$$M(x + c) = M(x) + c.$$

4) Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий:

$$M(xy) = M(x) \cdot M(y).$$

Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства

Дисперсией $D(X)$ случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

$$D(X) = M(X - M(X))^2.$$

Дисперсия является числовой характеристикой степени рассеивания (отклонения) случайной величины от ее математического ожидания (среднего значения).

Свойства дисперсии

1) $D(C) = 0$ (C – число).

2) Постоянный множитель можно вынести за знак дисперсии, возводя его в квадрат:

$$D(CX) = C^2 D(X).$$

3) Дисперсия суммы попарно независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых:

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y).$$

4) $D(X - C) = D(X)$.

5) $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$.

Для вычисления дисперсии более удобна формула

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$$

(дисперсия случайной величины равна математическому ожиданию квадрата случайной величины без квадрата ее математического ожидания), где

$$M(X^2) = \sum_k x_k^2 p_k.$$

Пример. Дана таблица распределения дискретной СВ X . Найти математические ожидания $M(X)$, $M(X^2)$ и дисперсию $D(X)$.

x	-2	0	2	4
p	0,3	0,1	0,2	0,4

$$M(X) = (-2) \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,4 = 1,4.$$

$$M(X^2) = (-2)^2 \cdot 0,3 + 0 + 2^2 \cdot 0,2 + 4^2 \cdot 0,4 = 8,4.$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 8,4 - 1,4^2 = 6,44.$$

Среднее квадратическое отклонение случайной величины

Средним квадратическим отклонением $\sigma(X)$ случайной величины X называется квадратный корень из её дисперсии:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Как и дисперсия, среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ является числовой характеристикой степени рассеивания (отклонения) случайной величины от ее среднего значения. $\sigma(X)$ более удобно для оценки степени рассеивания, так как выражается теми же единицами, что и случайная величина.