

Изобретение логарифмов, сократив работу астронома, продлило ему жизнь.

П.С. Лаплас

Тема: *Определение логарифма*

Мы знаем шесть арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня).

Вычисление логарифма числа является седьмым действием в математике и будет вторым обратным действием возведению числа в степень.

Записать Определение логарифма. Логарифмом числа X по основанию α , где $\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число α , чтобы получить X .

Обозначение логарифма $\log_a X = y$, $X = a^y$

$\log_2 8 = 3$, т.е. $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ — мы умножили 2 на себя три раза и количество взятых двоек и есть ответ, т.е. 3.

При вычислении логарифмов используем правила возведения в степень.

$$\alpha^n = \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \dots ; \quad \alpha^{-n} = \frac{1}{\alpha^n} ; \quad \alpha^0 = 1 ; \quad \alpha^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\alpha^m} ;$$

Образцы решения:

$\log_5 25 = 2$, $5 \cdot 5 = 5^2 = 25$, ответ 2.

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4, \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}, \text{ ответ } 4.$$

$$\log_3 \frac{1}{9} = -2, \quad (3 \cdot 3)^{-1} = (3^2)^{-1} = (3)^{-2} = \frac{1}{9}, \text{ ответ } -2.$$

$$\log_{\frac{1}{5}} 25 = -2, \quad \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 25, \text{ ответ } -2.$$

Вычислить логарифмы:

$$\log_2 16, \quad \log_7 7, \quad \log_4 \frac{1}{16}, \quad \log_{\frac{1}{5}} 5.$$

$$\log_4 64, \quad \log_8 1, \quad \log_2 \frac{1}{4}, \quad \log_{\frac{1}{3}} 9.$$

$$\log_3 9, \quad \log_{15} 15, \quad \log_2 \frac{1}{8}, \quad \log_{\frac{1}{4}} 16.$$

$$\log_5 125, \log_9 1, \log_8 \frac{1}{64}, \log_{\frac{1}{3}} 27.$$

Не все логарифмы можно вычислить устно, с помощью определения степени.

Другой способ вычисления логарифмов через решение показательного уравнения. $a^x = b$, $a^x = a^c$, $x = c$.

Образец решения: $\log_{32} 64 = ?$

$$32^y = 64$$

$$2^{5y} = 2^6$$

$$5y = 6$$

$$y = 6/5, \quad \log_{32} 64 = 6/5$$

Вычислить логарифмы по образцу:

1. $\log_{27} 81$

2. $\log_{125} 25$

3. $\log_{36} 216$

4. $\log_{343} 49$

5. $\log_{16} 256$