

## Самостоятельная работа №5

### Тема: Функции в языке C/C++

#### Цели работы:

1. Овладеть синтаксисом написания функций и их прототипов, методикой составления и отладки программ, содержащих функции, спецификой передачи параметров в функцию и возврата полученных результатов.
2. Научиться программировать на языке C типовые задачи вычислительной математики (численное интегрирование, решение алгебраических и дифференциальных уравнений).

#### 5.1. Справочные сведения

Функции в языке C записываются в форме:

Заголовок функции    Тело функции

Заголовок функции представляет собой конструкцию следующего вида:

[тип возвращаемого значения]

имя функции (список формальных параметров), где имя функции — уникальный идентификатор, определяемый пользователем; список формальных параметров — перечень параметров, передаваемых в функцию, с указанием их типов.

Тип возвращаемого значения — необязательный компонент заголовка, по умолчанию принимаемый как `int`. Если функция ничего не возвращает в вызывающую программу, то в качестве типа возвращаемого значения задается `void`.

Тело функции представляет собой блок, содержащий описание локальных переменных и последовательность выполняемых операторов. Результат работы функции возвращается с помощью оператора возврата:

`return возвращаемое значение;`

Допускается несколько операторов `return` в одной функции. Выход из функции осуществляется при достижении любого из операторов `return` или после достижения конца тела функции. Для функции типа `void` оператор возврата имеет вид

`return;`

Такая функция может вообще не содержать операторов возврата. В этом случае работа функции завершается после выполнения последнего оператора.

Параметры могут передаваться в функцию по имени (значению) или по адресу (указателю). В первом случае значения переменных, переданных в функцию, после выхода из нее сохраняют свои исходные значения несмотря на то, что внутри функции они были изменены. Во втором случае значения переменных, указатели на которые переданы в функцию, могут быть изменены внутри функции и сохраняют новые значения после выхода из функции.

Все функции, входящие в программу, записываются последовательно друг за другом, включая главную функцию, имеющую имя `main`. Эта функция может занимать любую позицию в последовательности функций, однако она всегда выполняется первой.

Любая из функций программы доступна для всех функций. Вызов осуществляется в виде имя функции (список фактических параметров), где в качестве фактических параметров могут задаваться любые переменные или выражения, определенные в вызывающей функции.

Рекомендуется в вызывающей функции описать вызываемую функцию, задав в разделе описаний прототип последней. Прототип совпадает по форме с заголовком функции, за которым вместо тела следует точка с запятой.

В целях практического освоения программирования функций студентам предлагается составить программы, реализующие типовые алгоритмы вычислительной математики. Далее приводится краткое описание этих алгоритмов.

### 5.1.1. Решение трансцендентного уравнения методом последовательных приближений

Уравнение приводится к виду

$$x = f(x). \quad (5.1)$$

Задается некоторое начальное приближение для корня  $x_0$  и строится итерационный процесс уточнения значения корня:

$$x_{i+1} = f(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2)$$

Процесс завершается при выполнении условия

$$|x_{i+1} - x_i| < \varepsilon, \quad (5.3)$$

где  $\varepsilon$  — заданная допустимая погрешность.

Доказывается, что итерационный процесс (5.2) сходится к решению уравнения (5.1) при выполнении в окрестности корня условия

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| < 1, \quad (5.4)$$

которое необходимо учитывать при приведении уравнения к виду (5.1). Например, для уравнения

$$\operatorname{tg} x = a$$

итерации расходятся, если уравнение представить в виде

$$x = \operatorname{actg} x,$$

и сходятся в случае

$$x = \operatorname{arctg} \frac{a}{x}.$$

### 5.1.2. Численное интегрирование методом Симпсона

Для вычисления интеграла

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad (5.5)$$

отрезок интегрирования  $ab$  делится на  $n$  равных частей ( $n$  — четное) и используется квадратурная формула

$$I = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + y_n), \quad (5.6)$$

$$\text{где } h = \frac{b-a}{n}, \quad y_i = f(x_i) = f(a + ih).$$

### 5.1.3. Численное интегрирование дифференциального уравнения методом Рунге—Кутты

Для численного интегрирования дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad x_0 \leq x \leq X \quad (5.7)$$

с начальным условием

$$y(x = x_0) = y_0 \quad (5.8) \text{ выбирается}$$

некоторый достаточно малый шаг интегрирования

$$h = \frac{X - x_0}{n}, \quad (5.9)$$

после чего приближенное значение искомой функции  $y$  в точках

$$x_i = x_0 + h \cdot i, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5.10)$$

последовательно вычисляется по формуле, где

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i); \\ k_2 &= hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right); \\ k_3 &= hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right); \\ k_4 &= hf(x_i + h, y_i + k_3). \end{aligned}$$

## 5.2. Содержание работы для студентов

Требуется составить, отладить и выполнить в среде CodeBlocks программы решения задач, сформулированных в индивидуальном задании.

При решении трансцендентного уравнения следует привести уравнение к виду (5.1) и написать две отдельные функции, первая из которых вычисляет правую часть уравнения (5.1), а вторая реализует итерационный процесс (5.2). В главной программе следует ввести с клавиатуры погрешность вычисления корня  $\epsilon$ , вычислить корень и проверить результат путем подстановки его в исходное уравнение. Вывести на экран полученное значение корня и погрешность.

При численном интегрировании следует написать две функции, первая из которых вычисляет подынтегральное выражение, а вторая реализует вычисление интеграла по формуле (5.6) в зависимости от заданного числа  $n$ .

В главной программе обеспечить вычисление и вывод на экран таблицы результатов интегрирования в зависимости от  $n$  при  $n = 100$  (50) 300. При решении дифференциального уравнения методом Рунге - Кутты написать две функции, первая из которых вычисляет правую часть уравнения (5.7), а вторая реализует интегрирование по формуле (5.10) и печать результатов после каждого шага в виде таблицы  $y - f(x)$ . В главной программе обеспечить печать шапки таблицы и вызов функции, реализующей процесс интегрирования.

### 5.3. Индивидуальные задания для студентов

#### Вариант 5.1.

1. Вычислить интеграл вероятности

$$\Phi = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^1 e^{-0.5x^2} dx.$$

2. Решить трансцендентное уравнение

$$xe^{x^2} = 1.$$

#### Вариант 5.2.

1. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \sin x + \cos y$$

на отрезке при  $y(0) = 0$ .

2. Вычислить интеграл

$$I = \int_5^{10} \frac{dx}{x \ln x}.$$

#### Вариант 5.3.

1. Решить алгебраическое уравнение

$$x^3 - x - 1 = 0.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = ye^{-x}$$

на отрезке при  $y(0) = 1$ .

#### Вариант 5.4.

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{\arcsin x}{(x+1)^2} dx.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \sin x \cos y + xy$$

на отрезке при  $y(0) = 0$ .

**Вариант 5.5.**

1. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = x^2 + y^2$$

на отрезке  $-1 \leq x \leq 1$  при  $y(-1) = 0$ .

2. Решить уравнение

$$x(x^2 + 4) = 8.$$

**Вариант 5.6.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{xe^x}{(1+x^2)} dx.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \sin x \cos y$$

на отрезке  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  при  $y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$ .

**Вариант 5.7.**

1. Решить алгебраическое уравнение

$$x(1 + x^2) = 1.$$

2. Вычислить интеграл

$$I = \int_1^2 \frac{dx}{(1+x+x^2)\sqrt{1+x+x^2}}.$$

**Вариант 5.8.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = y + \operatorname{tg} x$$

на отрезке  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$  при  $y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0$ .

**Вариант 5.9.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{\sin x \cos x}{x^2 + x + 1} dx.$$

2. Решить алгебраическое уравнение

$$x^2(x + 1) = 1.$$

**Вариант 5.10.**

1. Решить трансцендентное уравнение

$$\sin x + \cos x - x = 0.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$$

на отрезке при  $y(0) = 1$ .

**Вариант 5.11.**

1. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = y + \sin x$$

на отрезке  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  при  $y(0) = 0$ .

2. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^2 \frac{e^x + e^{-x}}{x^2 + 1} dx.$$

**Вариант 5.12.**

1. Решить трансцендентное уравнение

$$\frac{x-1}{\sin x} = 1.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \sin y$$

на отрезке  $0 < x < 1$  при  $y(0) = 0,5$ .

**Вариант 5.13.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_1^5 \frac{\lg x}{\sqrt{x+1}} dx.$$

2. Решить трансцендентное уравнение

$$\frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + x + 1}} = 1.$$

**Вариант 5.14.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{2 + \sin^2 x - \cos^2 x} dx.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{x}{\sqrt[3]{x + y}}$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 1$ .

**Вариант 5.15.**

1. Решить трансцендентное уравнение

$$\frac{x - 1}{\cos x} = 1.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \cos(x + 1) \operatorname{tg} x + y$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 0$ .

**Вариант 5.16.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x + 1}} dx.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \sqrt{y^2 + y - 1}$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 2$  при  $y(0) = 1$ .

**Вариант 5.17.**

1. Решить трансцендентное уравнение

$$x^2 - \sqrt[3]{x + 4} = 0.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = x + \sqrt{y}$$

на отрезке  $-1 \leq x \leq 1$  при  $y(-1) = 1$ .

**Вариант 5.18.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{e^x \sin x}{x+1} dx.$$

2. Решить трансцендентное уравнение

$$x^3 - \cos x - 1 = 0.$$

**Вариант 5.19.**

1. Решить трансцендентное уравнение

$$\sqrt[3]{x^2 + 3x + 1} - x + 1 = 0.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{x^3 + 2}{\sqrt{2x^2 + x + 1}}$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 1$ .

**Вариант 5.20.**

1. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = y + 2\cos x^2$$

на отрезке  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  при  $y(0) = 0$ .

2. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^2 \frac{\sqrt[3]{\sin(x-1)}}{2x^3 + 5} dx.$$

**Вариант 5.21.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{\sin x \operatorname{tg} x}{\sqrt{x+1}} dx.$$

2. Решить уравнение

$$3\sin^2(x) = x.$$

**Вариант 5.22.**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{x + \sin x}{x + \cos x} dx.$$

2. Решить трансцендентное уравнение

$$x^3 - \sin x - 1 = 0.$$



**Вариант 5.23.**

1. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \sqrt{y} + 2 \sin x^2$$

на отрезке  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  на отрезке при  $y(0) = 0$ .

2. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^2 \frac{\sqrt[3]{\cos(x+1)}}{3x^3 + \frac{x}{4}} dx.$$

**Вариант 5.24.**

1. Решить трансцендентное уравнение

$$x \cos x = x + \frac{1}{3}.$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = xy + 2$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 0,5$ .

**Вариант №5.25**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_1^2 x^2 dx$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = 1 + 0,4y \sin x - 1,5 y^2$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 0$

**Вариант №5.26**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{\cos y}{x+2} + 0,3y^2$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 0$

**Вариант №5.27**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_1^3 \frac{dx}{x}$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = \cos(1,5x + y) + (x - y)$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 0$

### **Вариант №5.28**

1. Вычислить интеграл

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$$

2. Проинтегрировать дифференциальное уравнение

$$y' = 1 - \sin x(x + y) + \frac{0,5y}{x + 2}$$

на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  при  $y(0) = 0$

### **Информационные источники:**

1. Эпштейн М. С. Практикум по программированию на языке С : учеб. пособие для студ. сред. проф. образования / М.С.Эпштейн. — М. : Издательский центр «Академия», 2007. — 128 с.